

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Северо-Осетинский государственный университет  
имени Коста Левановича Хетагурова»*

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математический анализ»**

**Направление подготовки 38.03.01 Экономика  
Профиль «Экономика и финансы»**

**Квалификация (степень) – бакалавр**

**Форма обучения – очная**

**Год начала подготовки - 2022**

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению 38.03.01 Экономика, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12.08.2020 г., №954, учебным планом подготовки бакалавра по направлению 38.03.01 Экономика, профиль «Экономика и финансы», одобренным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» 31.05.2022 г. протокол №13, утвержденным ректором «СОГУ» А.У. Огоевым

Составители: доцент кафедры алгебры и анализа, к.э.н., Хугаева Л.Т.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол № 6 от 16 марта 2022г.)

Одобрена советом факультета экономики и управления  
(протокол № 7 от «20» апреля 2022 г.)

*Рабочая программа дисциплины принята в составе основной профессиональной образовательной программы решением ученого совета Протокол № 13 от 31.05.2022.*

## 1. Структура, и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 часов).

Курс	1
Семестр	1
Лекции	36
Практические (семинарские) занятия	54
Лабораторные занятия	-
Консультации	
Итого аудиторных занятий	90
Самостоятельная работа	54
Курсовая работа	-
Форма контроля	
экзамен	36
Зачет	-
Общее количество часов	180

## 2. Цели изучения дисциплины:

- обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования процессов и явлений социально-экономического характера при поиске оптимальных решений;
- воспитание достаточно высокой математической культуры: ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке студентов;
- выработка представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.
- овладение математическими методами для решения интеллектуальных задач и приобретение навыков использования универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов математики при дальнейшем изучении профильных дисциплин, построении математических моделей различных явлений и процессов.

Достижение этих целей обеспечивает выпускнику получение высшего профессионально профилированного образования и обладание перечисленными ниже компетенциями. Они способствуют его социальной мобильности, устойчивости на рынке труда и успешной работе в самых разнообразных сферах (научно-исследовательская деятельность, аналитическая поддержка процессов принятия решений для управления предприятием и др.).

## 3. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 (**Б1.О.08**).

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» (программа средней общеобразовательной школы) или соответствующих математических дисциплин среднего профессионального образования. Студенты должны владеть знаниями и компетенциями, соответствующими школьной программе по математике.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Математический анализ», могут быть использованы при изучении курсов «Финансовая математика», «Микроэкономика», «Эконометрика», «Макроэкономика» и др.

## 4. Требования к результатам освоения дисциплины

Результаты освоения ОПОП ВО **38.03.01 Экономика** определяются приобретаемыми выпускником компетенциями, т.е. его способностью применять знания, умения и личные качества в соответствии с задачами профессиональной деятельности.

В результате освоения данной ОПОП бакалавриата, в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**, а также вышеуказанными профессиональными стандартами, выпускник должен приобрести следующие компетенции: универсальные, общепрофессиональные и профессиональные.

**Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины  
«Математический анализ».**

<b>Универсальные компетенции выпускников</b>				
<b>Код и наименование универсальной компетенции (УК)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции</b>	<b>Результаты освоения компетенции</b>		
		<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>УК-1.1.</b> Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи.	Знает основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода.	1. Умеет анализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода.  2. Умеет осуществлять поиск необходимой для решения поставленной задачи информации, критически оценивая надежность различных источников информации	Практическим опытом анализа задач.
	<b>УК-1.2.</b> . Разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе	Знает критерии сопоставления различных	1. Умеет осуществлять критический анализ собранной информации на соответствие ее условиям и критериям решения поставленной задачи. 2. Умеет отличать факты от мнений, интерпретаций и оценок при анализе собранной информации. 3. Умеет сопоставлять и	Практическим опытом работы

	<p>критического анализа доступных источников информации.</p> <p><b>УК-1.3.</b> Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор.</p>	<p>вариантов решения поставленной задачи.</p> <p>Знает принципы, критерии, правила построения суждения и оценок.</p>	<p>оценивать различные варианты решения поставленной задачи, определяя их достоинства и недостатки.</p> <p>1. Умеет формировать собственные суждения и оценки, грамотно и логично аргументируя свою точку зрения. 2. Умеет применять теоретические знания в решении практических задач.</p>	<p>с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p> <p>Основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации для представления в доступной и понятной форме результатов своей</p>
--	--	--	---	--

				профессиональ ной деятельности.
--	--	--	--	---------------------------------------

## 5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недел и	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа Студентов		Формы контроля	Количество баллов		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		min	max	
	1 модуль								
1	Функция: Множества. Абсолютная величина действительного числа. Понятие функции. Способы задания функции. Понятие неявной, обратной и сложной функций. Классификация функции. Теория пределов Переменные и постоянные величины Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности. Предел функции в точке. Односторонние пределы.	2	2	Графики основных элементарных функций. Применение функции в экономике. Частичные последовательности Признаки существования предела. Распространение теорем о пределах на случай произвольных функций	4	мини опрос; вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
2	Теория пределов Бесконечно большие величины.Бесконечно малые величины. Связь между бесконечно большими и бесконечно малыми величинами. Основные теоремы о пределах.	2	4	Теорема о вложенных отрезках. Понятие об асимптотических формулах. Другие замечательные Пределы.	2	вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
3	Теория пределов Первый замечательный предел. Число $e$ (число Эйлера). Второй замечательный предел. Непрерывность функции: Непрерывность функции. Некоторые	2	2	Непрерывность обратных тригонометрических функций. Равномерная непрерывность функции. Применение производной в экономике.	4	вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [4], [6], [8],[10]

	свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей Производная. Приращение аргумента и приращение функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Физический и геометрический смысл производной. Экономический смысл производной.								
4	Производная. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования.	2	4	Понятие о бесконечной производной. Вычисление производных функций, заданных неявно, параметрически..	2	решение задач на практич. занятиях			[1], [2], [3], [6], [8]
5	Приложения производной Производная неявной, обратной и сложной функций. Производные высших порядков. Производная степенно-показательной функции. Таблица производных. Эластичность функции. Некоторые теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Условие постоянства, возрастания и убывания функции. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции.	2	2	Физическое значение производной второго порядка. Бином Ньютона. Исследование функции и построение графика. Приближенное решение уравнений. Графики разрывных функций.	4	мини опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [3], [6], [10]
6	Приложения производной Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты кривой. Исследование функции и построение графика.	2	4	Теорема об инвариантности дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.	4	вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [4], [6], [9]
7	Дифференциал функции Дифференциал первого порядка, свойства. Геометрический смысл дифференциала.	2	2	Специальные приемы вычисления некоторых интегралов.	4	решение задач на практич.			[1], [2], [5], [6], [8]



	Свойства дифференциала. Дифференциалы высших порядков. Неопределенный интеграл: Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы основных элементарных функций. Способы интегрирования. Вычисление интегралов методом замены переменной и занесения под дифференциал. Метод интегрирования по частям.			Применение интегралов в экономике.		занятиях			
8	Неопределенный интеграл: Интегрирование рациональных алгебраических функций. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Интегрирование квадратного трехчлена в знаменателе дроби и под корнем.	2	4	Интегрирование простейших трансцендентных функций Тригонометрические подстановки. Интегрирование иррациональных функций	4	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [5], [6], [8]
9	Определенный интеграл: Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла. Геометрический смысл. Экономический смысл. Определенный интеграл с с переменным верхним пределом. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.	2	2  К.р.	Некоторые вспомогательные формулы. Интегралы не выражающиеся элементарно.	4	вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
	<b>1-я рубежная контрольная работа</b>						0	25	
	<b>Текущий контроль</b>						0	25	
	<b>ИТОГО за 1 модуль</b>						0	50	
10	Определенный интеграл: Свойства определенного интеграла.	2	4	Несобственные интегралы Метод неопределенных	2	вопросы в рубежной			[1], [2], [4], [6], [8]

	Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле			коэффициентов.		контрольной			
11	<p>Определенный интеграл: Несобственные интегралы от неограниченных функций. Несобственные интегралы с бесконечным пределом интегрирования.</p> <p>Приложения определенного интеграла</p> <p>Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объемов тела вращения. Длина дуги.</p>	2	2	<p>Приближенное вычисление определенных интегралов. Использование определенного интеграла в экономике</p>	2	<p>решение задач на практич. занятиях</p>			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
12	<p>Дифференциальные уравнения</p> <p>Дифференциальные уравнения. Общие понятия. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.</p>	2	4	<p>Дифференциальные уравнения, содержащие дифференциалы произведения и частного. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике</p>	2	<p>вопросы в рубежной контрольной</p>			[1], [2], [3], [7], [10]
13	<p>Дифференциальные уравнения</p> <p>Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка</p> <p>Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение степени. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.</p>	2	2	<p>Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.</p>	2	<p>решение задач на практич. занятиях</p>			[1], [2], [3], [7], [10]
14	<p>Числовые ряды:</p> <p>Числовые ряды. Основные понятия. Сходимость ряда. Некоторые свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.</p>	2	4	<p>«Эталонные» ряды, часто используемые для сравнения. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.</p>	2	<p>мини-опрос вопросы в рубежной контрольной</p>			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
15	Числовые ряды.	2	2	Свойства абсолютно и	2	вопросы в			[1], [2], [4], [6],

	Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Знакопеременные ряды Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.			условно сходящихся рядов. Оценка остатка ряда.		рубежной контрольной			[8],[10]
<b>16</b>	Степенные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Ряд Маклорена.	2	4	Применение рядов в приближенных вычислениях. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.	2	решение задач на практич. занятиях			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
<b>17</b>	Функции нескольких переменных (ФНП). Понятие ФНП. Область определения, график. Частные производные ФНП. Полный дифференциал ФНП.	2	2 К.р.	Наибольшее и наименьшее значения функции.	2	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
<b>18</b>	Экстремум ФНП.  <b>2-я рубежная контрольная работа</b>	2	4	Условный экстремум.	2	вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [4], [6], [8],[10]
	<b>2-я рубежная контрольная работа</b>						<b>0</b>	<b>25</b>	
	<b>Текущий контроль</b>						<b>0</b>	<b>25</b>	
	<b>ИТОГО за 2 модуль</b>						<b>0</b>	<b>50</b>	
	<b>ИТОГО за 1 семестр</b>	<b>36</b>	<b>54</b>		<b>54</b>		<b>0</b>	<b>100</b>	

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального учебного плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием Webex, платформы дистанционного обучения Moodle, личный кабинет студента на сайте СОГУ, других элементов ЭИОС СОГУ.

## **6. Образовательные технологии**

Для достижения планируемых результатов освоения дисциплины, используются различные образовательные технологии:

- традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий;
- лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции;
- доклад (реферат) – студент готовит краткое сообщение по вопросу темы, оформляет работу в соответствии с требованиями и сдает ее преподавателю
- онлайн-занятие – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника (Zoom, Meet, Skype, Webex и др.);
- видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Технология электронного обучения - реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ (при использовании ресурсов ЭБС), в ходе проведения автоматизированного тестирования и т. д.

## **7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.**

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется на протяжении изучения всей дисциплины в соответствии с утвержденной в учебном плане трудоемкостью (для очной формы обучения 54 час) и состоит из:

- работы студентов с лекционными материалами, поиска и анализа литературы и электронных источников информации по заданной теме;
- выполнения заданий для самостоятельной работы в ЭИОС СОГУ;
- подготовки к промежуточным контрольным работам и к итоговым тестам;
- подготовки к экзамену.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

### **Методические указания по проведению практических занятий**

Практические занятия по дисциплине «Математический анализ» проводятся в течение одного семестра по 3 часа в неделю.

В начале практического занятия следует обратить внимание на теоретические вопросы по теме занятия. Первоначально идет изложение теоретического материала темы занятия. Затем в ряде вопросов преподавателя следует сконцентрировать внимание на основных идеях темы занятия. Вопросы должны включать в себя различные вариации элементарных ситуаций, отображающих основные идеи темы занятия в их взаимной взаимосвязи. Задаваемые вопросы-задачи должны быть короткими и максимально проявлять в студентах их сообразительность.

После предварительной части следует начинать решать задачи, имеющих более длинные сценарии взаимодействия основных идей темы занятия. При этом следует избегать трудоемких задач, включающих освоение незначительного числа приемов. В процессе решения задачи следует всегда увязывать шаги алгоритма решения задачи с теоретическими основами изучаемого алгоритма и добиваться понимания механизма действия изучаемого алгоритма.

**Фронтальный опрос** проводится в форме беседы преподавателя с группой.

Он органически сочетается с повторением пройденного, являясь средством для закрепления знаний и умений. Его достоинство в том, что на активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом. С помощью фронтального опроса преподаватель имеет возможность проверить выполнение студентами домашнего задания, выяснить готовность группы к изучению нового материала.

**Индивидуальный опрос** предполагает обстоятельные, связные ответы студентов на вопрос, относящийся к изучаемому учебному материалу, поэтому он служит важным учебным средством развития речи, памяти, мышления студентов. Чтобы сделать такую проверку более глубокой, необходимо ставить перед студентами вопросы, требующие развернутого ответа.

Вопросы для индивидуального опроса должны быть четкими, ясными, конкретными, емкими, иметь прикладной характер, охватывать основной, ранее пройденный материал программы. Их содержание должно стимулировать студентов логически мыслить, сравнивать, анализировать, доказывать, подбирать убедительные примеры, устанавливать причинно-следственные связи, делать обоснованные выводы и этим способствовать объективному выявлению знаний студентов.

Вопросы обычно задают всей группе и после небольшой паузы, необходимой для того, чтобы студенты поняли его и приготовились к ответу, вызывают для ответа конкретного студента.

**Письменная проверка** наряду с устной является важнейшим методом контроля знаний, умений и навыков студентов. Однородность работ, выполняемых студентами, позволяет предъявлять ко всем одинаковые требования, попытаться объективности оценки результатов обучения. Применение этого метода дает возможность в наиболее короткий срок одновременно проверить усвоение учебного материала всеми студентами группы, определить направления для индивидуальной работы с каждым.

Письменная проверка используется во всех видах контроля и осуществляется как в аудиторной, так и во внеаудиторной работе (выполнение домашних заданий).

**Методические рекомендации по использованию информационно-коммуникативных технологий обучения**

Для изучения лекционного материала дисциплины применяются аудиовизуальные (мультимедийные) технологии, которые не отрицают традиционные, проверенные временем методы преподавания, но, при этом, они повышают наглядность, информативность, оперативность в подаче информации, позволяют экономить время занятий.

Каждое семинарское занятие имеет свою особую форму проведения, свою методологическую специфику, что позволяет развивать у студентов различные как общекультурные, так и профессиональные компетенции. Постановка проблемы, разбор актуальных конкретных и гипотетических ситуаций, создание атмосферы диалога между преподавателем и группой позволяет работать индивидуально и в малых группах, коллективно обсуждать определенный тематический материал, а также инициировать самостоятельную работу студентов. При осмыслении содержания вопросов практических занятий преследуется цель соблюдать преемственность в профессиональном и в творческом развитии студентов.

Контроль самостоятельной работы студентов призван сделать процесс обучения более целостным и органичным. Его задача не оставить без внимания даже, на первый взгляд, малозначительные вопросы.

Компьютерное тестирование позволяет осуществлять итоговый контроль знаний студентов. Тестовый материал включает в себя содержание вопросов по каждому из обозначенных программой разделов.

Каждый вопрос предполагает несколько вариантов ответов, среди которых имеются абсолютно неверный, правильный и в большей или меньшей степени раскрывающий сущность вопроса. В процессе компьютерного тестирования задача студентов определяется как выбор правильного ответа из многообразия вариантов. В тестовых заданиях есть вопросы на соответствие. В процессе компьютерного тестирования, задача студента определяется как выбор правильного ответа из многообразия вариантов.

Вопросы и темы, отводимые на выполнение самостоятельной работы по дисциплине, а также критерии оценивания по каждому виду работы содержатся в разделе 8 РПД.

### **Методические рекомендации по написанию рефератов (докладов)**

Реферат (доклад)— письменная работа по определенной научной проблеме, краткое изложение содержания научного труда или научной проблемы. Он является действенной формой самостоятельного исследования научных проблем на основе изучения текстов, специальной литературы, а также на основе личных наблюдений, исследований и практического опыта. Реферат помогает выработать навыки и приемы самостоятельного научного поиска, грамотного и логического изложения избранной проблемы и способствует приобщению студентов к научной деятельности.

Последовательность работы:

1. Выбор темы исследования. Тема реферата выбирается студентом на основе его научного интереса. Также помощь в выборе темы может оказать преподаватель.
2. Планирование исследования. Включает составление календарного плана научного исследования и плана предполагаемого реферата. Календарный план исследования включает следующие элементы: выбор и формулирование проблемы, разработка плана исследования и предварительного плана реферата; сбор и изучение исходного материала, поиск литературы; анализ собранного материала, теоретическая разработка проблемы; сообщение о предварительных результатах исследования;

литературное оформление исследовательской проблемы; обсуждение работы (на семинаре и т. п.).

План реферата характеризует его содержание и структуру. Он должен включать в себя: введение, где обосновывается актуальность проблемы, ставятся цель и задачи исследования; основная часть, в которой раскрывается содержание проблемы; заключение, где обобщаются выводы по теме и даются практические рекомендации.

3. Поиск и изучение литературы. Для выявления необходимой литературы следует обратиться в библиотеку или к преподавателю. Подбранную литературу следует зафиксировать согласно ГОСТ по библиографическому описанию произведений печати.

Для разработки реферата достаточно изучение 4-5 важнейших статей по избранной проблеме.

4. Обработка материала. При обработке полученного материала автор должен: систематизировать его по разделам; выдвинуть и обосновать свои гипотезы; определить свою позицию, точку зрения по рассматриваемой проблеме; уточнить объем и содержание понятий, которыми приходится оперировать при разработке темы; сформулировать определения и основные выводы, характеризующие результаты исследования; окончательно уточнить структуру реферата.

5. Оформление реферата. Реферат выполняется в соответствии с требованиями стандартов, разработанных для данного вида документов. Работа должна быть выполнена на белой бумаге стандартного листа А4. Текст должен быть отпечатан на компьютере в текстовом редакторе MicrosoftWord и отвечать следующим требованиям: параметры полей страниц должны быть в пределах: верхнее и нижнее – по 20 мм, правое – 10 мм, левое – 30 мм, шрифт – TimesNewRoman, размер шрифта – 14, межстрочный интервал – полуторный. Лента принтера – только чёрного цвета. Нумерация страниц в реферате должна быть сквозной, начиная с третьей страницы. Номер проставляется арабскими цифрами вверху каждой страницы справа.

При изложении материала необходимо придерживаться принятого плана.

Библиографический список составляется на основе источников, которые были просмотрены и изучены студентом при написании реферата. Данный список отражает самостоятельную творческую работу студента, что позволяет судить о степени его подготовки и углублении в выбранную тематику.

## **8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Общим средством контроля является введенная в университете балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов специалитета и направлений бакалавриата.

**К оценочным средствам текущего контроля относятся:**

**Текущий контроль** – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на лекционных и практических занятиях, а также короткие (до 15 мин.) контрольные задания, выполняемые студентами в начале лекции с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или в конце

лекции для выяснения степени усвоения изложенного материала, а также на практических занятиях.

**Рубежный контроль** осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится два таких контрольных мероприятия по графику.

**К оценочным средствам текущего контроля относятся:**

### **1) Выполнение заданий на практических занятиях – 8 баллов**

Критерии оценки:

8 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, приходит к самостоятельным аргументированным выводам.

6-7 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, но допускает ошибки вычислительного характера.

5-4 баллов – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности, знает различные точки зрения по обсуждаемой проблеме, но возникают трудности с их анализом, умеет излагать собственную позицию, но не все выводы носят доказательный характер.

3-2 балла – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности.

1 балл – студент дает решение выполняемого задания по подсказкам аудитории, студент не владеет теоретическим материалом.

0 баллов – студент отказывается выходить к доске

### **2) Выполнение домашних заданий – 4 балла**

Домашняя (внеаудиторная) подготовка включает в себя ответы на устные вопросы по пройденному теоретическому материалу и выполнение практических заданий. Оценивается до 3 баллов.

Критерии оценки домашней (внеаудиторной) подготовки.

4 балла (максимальная оценка) - ответ отличается последовательностью, логикой изложения, легко воспринимается аудиторией, при ответе на вопрос отвечающий демонстрирует глубину владения представленным материалом, ответы формулируются аргументировано, обосновывается решение задачи. Студент в полном объеме выполнил домашнее задание.

2-3 балла – устный ответ отличается последовательностью, логикой изложения, но обоснование сделанных выводов не достаточно аргументировано, неполно раскрыто содержание проблемы, решение задачи неполное.

1 балл – отвечающий передает содержание проблемы, но не демонстрирует знание точных формулировок, выступление воспринимается аудиторией сложно, ответы на вопросы поверхностные, либо вызывают затруднение, нет решения задач.

0 баллов - студент не выполнил домашнее задание.

### **3) Выполнение самостоятельных работ - 8 баллов**



Самостоятельная работа как вид деятельности студента очень многогранна. В качестве форм работы для изучения курса «Математика и математические методы в биологии» предлагаются следующие ее разновидности:

- работа с учебной и научной литературой;
- выполнение аудиторной, модульной контрольной работ;
- написание рефератов ( докладов);
- самостоятельной работы на дистанционной площадке Moodle
- подготовка к тестированию.

Целью самостоятельной работы для студентов является более глубокое знакомство с ключевыми теоретическими вопросами, изучаемыми на лекциях.

Задачи самостоятельной работы:

- обретение навыков самостоятельной научно-исследовательской работы на основе анализа текстов источников и применения различных методов исследования;
- выработка умения самостоятельно и критически подходить к изучаемому материалу;
- формирование общекультурных профессиональных компетенций курса.

### **Темы рефератов (докладов) и критерии их оценивания**

1. Применение понятия производной в экономике.
2. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики
3. Функции многих переменных в экономической теории
4. Числа Фибоначчи. Золотое сечение.
5. Удивительное число пи.
6. Магические квадраты.
7. Знаменитые задачи древности.
8. Интуиция и математика.
9. Развитие понятия функции
10. Связь математики с другими науками.

Критерии оценивания:

Максимальное количество баллов составляет 5 баллов, из них:

5 баллов - оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата полностью раскрывает тему, в работе имеются примеры исследования, ответы даны на все дополнительные вопросы;

3 - 4 балла – оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата полностью раскрыто, частично представлены примеры исследования, ответы даны не на все дополнительные вопросы;

0 - 2 балла – оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата не полностью раскрыто, отсутствуют примеры исследования, нет ответов на дополнительные вопросы.

<b>Форма контроля</b>	<b>Мин. кол-во баллов</b>	<b>Макс. кол-во баллов</b>
<i>Текущая оценка</i> студента в течение 1-9 недели состоит из:	<b>0</b>	<b>25</b>
• <i>Выполнения заданий на практических занятиях</i>		8
• <i>Выполнения домашних заданий</i>		4

• <i>Самостоятельных работ</i>		8
• <i>Защиты рефератов</i>		5
<i>1-я рубежная контрольная работа</i>		<b>25</b>
<b>Итого за 1 модуль</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
<i>Текущая оценка студента в течение 10-18 недели состоит из:</i>	<b>0</b>	<b>25</b>
• <i>Выполнения заданий на практических занятиях</i>		8
• <i>Выполнения домашних заданий</i>		4
• <i>Самостоятельных работ</i>		8
• <i>Защиты рефератов</i>		5
<i>2-я рубежная контрольная работа</i>		<b>25</b>
<b>Итого за 2 модуль</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
<b>Итого за семестр</b>	<b>0</b>	<b>100</b>

Учебным планом по данной дисциплине предусмотрен экзамен в первом семестре.

### Методика формирования результирующей оценки

В ходе текущего контроля студенты могут набрать 0-100 баллов:

**1-я рубежная аттестация - максимально 50 баллов; из них:**

0 - 25 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ ( $P_1$ );

0 -25 баллов – текущая работа студента ( $T_1$ )

**2-я рубежная аттестация – максимально 50 баллов; из них:**

0 - 25 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ ( $P_2$ );

0 - 25 баллов – текущая работа студента ( $T_2$ )

За устный ответ на экзамене студент получает 0-50 баллов.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Экзамен».

Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле .

$$(T_1 + T_2) + 0,5 \cdot (P_1 + P_2 + \text{Э})$$

### Шкала итоговой академической успеваемости студентов по дисциплине

Система оценок СОГУ		
Сумма баллов	Название	Числовой эквивалент
86 - 100	отлично	5
71-85	хорошо	4
56-70	удовлетворительно	3

### Оценивание ответа студента на экзамене

<i>Характеристика ответа</i>	<i>баллы</i>
Студент показал исчерпывающие глубокие знания всего материала программы, полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. При этом должны быть получены логически последовательные, содержательные, полные, правильные и конкретные ответы на все вопросы экзаменационного билета	46-50

Даны последовательные, правильные, конкретные ответы на поставленные вопросы. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	41-45
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	36-40
Студент показал недостаточно полное знание и понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений отдельных вопросов программного материала. В основном правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на поставленные вопросы; при ответах на отдельные вопросы имеют место незначительные неточности в раскрытии рассматриваемых процессов и явлений.	31-35
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	26-30
Дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания студентом их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	21-25
Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.	1-20
Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины	0

**Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

<b>Уровень сформированности компетенций УК-1</b>			
<i>«Минимальный уровень» (менее 50 баллов) Компетенции не сформированы.</i>	<i>«Минимальный уровень»(50-70 баллов) Компетенции сформированы.</i>	<i>«Средний уровень»(71-85 баллов) Компетенции сформированы.</i>	<i>«Высокий уровень»(86-100 баллов) Компетенции сформированы.</i>
Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	Сформированы базовые структуры знаний.  Умения фрагментарны и носят репродуктивный	Знания обширные, системные.  Умения носят репродуктивный характер,	Знания твердые, аргументированные, всесторонние.  Умения успешно

	<p>характер.</p> <p>Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>	<p>применяются к решению типовых заданий.</p> <p>Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>	<p>применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий.</p> <p>Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>
Описание критериев оценивания			
<p><i>Обучающийся демонстрирует:</i></p> <p>существенные пробелы в знаниях учебного материала;</p> <p>допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;</p> <p>непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета;</p> <p>отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;</p> <p>отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.</p>	<p><i>Обучающийся демонстрирует:</i></p> <p>знания теоретического материала;</p> <p>неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов;</p> <p>неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.</p>	<p><i>Обучающийся демонстрирует:</i></p> <p>знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала;</p> <p>твердые знания теоретического материала.</p> <p>способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;</p> <p>правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;</p> <p>умение решать практические задания, которые следует выполнить;</p> <p>владение основной литературой,</p>	<p><i>Обучающийся демонстрирует:</i></p> <p>-</p> <p>глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала;</p> <p>полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий;</p> <p>способность устанавливать и объяснять связь практики и теории;</p> <p>логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все</p>

		<p>рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам.</p> <p>возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в ответах на</p>	<p>задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора;</p> <p>умение решать практические задания;</p> <p>свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</p>
Оценка «неудовлетворительно» / незачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

### Вопросы к экзамену

1. Понятие множества. Примеры множеств. Операции над множествами. Диаграммы Венна.
2. Числовая последовательность. Монотонные последовательности. Способы задания. Свойства.
3. Предел числовой последовательности.
4. Абсолютная величина действительного числа.
5. Понятие функции. Способы задания функции.
6. Понятие неявной, обратной и сложной функций
7. Элементарные функции. Преобразование графиков функций.
8. Классификация функций. Полярная система координат.
9. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Эквивалентность этих определений.
10. Свойства предела функции. Односторонние пределы функции.
11. Предел функции в бесконечности. Критерий Коши существования предела
12. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы.
13. Бесконечно малые величины. Свойства
14. Бесконечно большие величины. Свойства. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами
15. Основные теоремы о пределах
16. Два замечательных предела
17. Непрерывность функции. Некоторые свойства непрерывных функций
18. Точки разрыва функции
19. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей
20. Задача о производительности труда. Определение производной.
21. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
22. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования.
23. Производная неявной, обратной и сложной функций.

24. Производная функции, заданной параметрическими уравнениями. Производные высших порядков.
25. Производная степенно-показательной функции.
26. Правило Лопиталя.
27. Дифференциальное исчисление функции многих переменных (фмп). Основные понятия.
28. Предел и непрерывность фмп.
29. Частное и полное приращения фмп.
30. Частные производные фмп.
31. Полный дифференциал фмп
32. Производные старших порядков и их свойства
33. Исследование функции двух переменных на экстремум.
34. Дифференциал функции двух переменных. Геометрический смысл дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы дифференциала.
35. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
36. Дифференциалы высших порядков.
37. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
38. Методы интегрирования (непосредственное, замена переменной, метод интегрирования по частям).
39. Интегрирование простейших рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.
40. Интегрирование тригонометрических функций.
41. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
42. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
43. Дифференцируемость интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.
44. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям.
45. Вычисление площадей плоских фигур, площади поверхности вращения, длины дуги, объема тела вращения.
46. Несобственные интегралы первого рода. Свойства. Признаки сходимости несобственного интеграла 1-го рода
47. Несобственные интегралы 2 рода. Признаки сходимости несобственного интеграла 2-го рода
48. Числовые ряды. Основные понятия. Сходимость ряда
49. Некоторые свойства числовых рядов.
50. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.
51. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
52. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница
53. Знакопеременные ряды. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов
54. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
55. Свойства степенных рядов: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.
56. Определение ряда Тейлора. Теорема о разложении функции в ряд Тейлора.
57. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций
58. Элементы теории функции комплексного переменного.

**Примерные задания для самостоятельной работы студентов**  
**Введение в анализ.**

Найти область определения функции  $y = \sqrt{4 - x^2}$  :

Дана функция  $f(x) = x^3 - 3x + 5$ . Вычислить  $f(-1)$ :

Определить количество целых чисел, принадлежащих области определения

функции  $f(x) = \frac{\sqrt{15 - x^2}}{x}$  равно:

Какая из функций задана неявно

$$y = x^3 y + 5x$$

$$y^2 x = x^3 y^2 + 5$$

$$x - y^3 = x^2 + y\sqrt{x}$$

нет правильного ответа

### Предел и непрерывность функции

**Пример:** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$ .

Как видно, при попытке непосредственного вычисления предела получается неопределенность вида  $\frac{0}{0}$ . Функции, входящие в числитель и знаменатель дроби удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x}; \quad g'(x) = e^x;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{2x + \frac{1}{x}}{e^x} = \frac{2+1}{e} = \frac{3}{e};$$

**Пример:** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \arctg x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}$ .

$$f'(x) = -\frac{2}{1+x^2}; \quad g'(x) = e^{\frac{3}{x}} \cdot \frac{-3}{x^2};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ -\frac{2x^2}{(1+x^2)e^{\frac{3}{x}}(-3)} \right] = \frac{-2}{(0+1) \cdot 1 \cdot (-3)} = \frac{2}{3}.$$

Если при решении примера после применения правила Лопиталя попытка вычислить предел опять приводит к неопределенности, то правило Лопиталя может быть применено второй раз, третий и т.д. пока не будет получен результат. Естественно, это возможно только в том случае, если вновь полученные функции в свою очередь удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

**Пример:** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{\frac{x}{2}}}{x + e^x}$ .

$$f'(x) = e^{\frac{x}{2}} \left( 1 + \frac{1}{2} x \right); \quad g'(x) = 1 + e^x;$$

$$f''(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + \frac{x}{4}e^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}}(4+x); \quad g''(x) = e^x;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}}(4+x)}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{4}(4+x)}{e^{\frac{x}{2}}}$$

$$f'''(x) = \frac{1}{4}; \quad g'''(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2e^{\frac{x}{2}}} = 0;$$

**Пример:** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{2x}}$ .

$$f'(x) = 2x; \quad g'(x) = 2e^{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{2x}} = \frac{\infty}{\infty}; - \text{ получили неопределенность.}$$

Применяем правило Лопиталя еще раз.

$$f''(x) = 2; \quad g''(x) = 4e^{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2e^{2x}} = \frac{1}{\infty} = 0;$$

*Для самостоятельного решения*

$$\text{Найти } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{5 - 2x - 2\sqrt{x^4 + 1}};$$

$$\text{Найти } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x^6 + 2} - 3x^2 + 4}{3x^3 - x^2};$$

$$\text{Найти } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 2}{2x^2 + \sqrt{4x^6 - 1}};$$

$$\text{Найти } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x}$$

**Дифференциальное исчисление.**

**Производная**

**Пример.** Найти производную функции  $f(x) = (x^2 + 3x)^{x \cos x}$ .

По полученной выше формуле получаем:  $u = x^2 + 3x$ ;  $v = x \cos x$ ;

Производные этих функций:  $u' = 2x + 3$ ;  $v' = \cos x - x \sin x$ ;

Окончательно:

$$f'(x) = x \cos x \cdot (x^2 + 3x)^{x \cos x - 1} \cdot (2x + 3) + (x^2 + 3x)^{x \cos x} (\cos x - x \sin x) \ln(x^2 + 3x)$$

**Пример.** Найти производную функции  $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$

$$y' = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} - \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{\sin x - \sin x + x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{x \cos x}{\sin^2 x}$$

**Пример.** Найти производную функции  $y = x^2 e^{x^2} \ln x$



$$y' = (x^2 e^{x^2})' \ln x + x^2 e^{x^2} \frac{1}{x} = (2xe^{x^2} + x^2 e^{x^2} 2x) \ln x + xe^{x^2} = 2xe^{x^2} (1 + x^2) \ln x + xe^{x^2} =$$

$$= xe^{x^2} (1 + 2 \ln x + 2x^2 \ln x)$$

*Для самостоятельного решения*

Найти производную:  $y = \operatorname{ctg} \sqrt{x}$

Найти производную:  $y = \operatorname{tg}(x+3)$

Найти производную:  $y = e^{\sqrt{x}}$

Найти производную:  $y = 6^{7x}$

Найти производную:  $y = \sin x \cdot e^x$

Найти производную:  $y = (2x+3)^3$

Найти производную:  $y = e^{3-2x}$

Найти производную:  $y = \log_3(\ln^4 x)$ .

Найти производную:  $y = (\cos x)^{e^4}$ .

Найти производную:  $y = \operatorname{arctg}(\sqrt[4]{x+2})$ .

### Приложения производной.

**Пример.** Найти асимптоты и построить график функции  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$ .

1) Вертикальные асимптоты:  $y \rightarrow +\infty, x \rightarrow 0-0$ ;  $y \rightarrow -\infty, x \rightarrow 0+0$ , следовательно,  $x = 0$  - вертикальная асимптота.

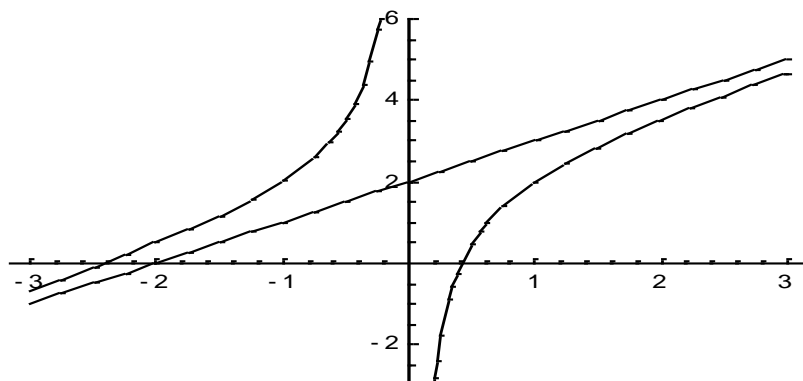
2) Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x - 1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x - 1 - x^2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2 - \frac{1}{x} \right) = 2$$

Таким образом, прямая  $y = x + 2$  является наклонной асимптотой.

Построим график функции:



**Пример:** Исследовать функцию  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$  и построить ее график.

1. Областью определения функции являются все значения  $x$ , кроме  $x = 0$ .

2. Функция является функцией общего вида в смысле четности и нечетности.

3. Точки пересечения с координатными осями: с осью  $Ox$ :  $y = 0$ ;  $x = -\sqrt[3]{4}$

с осью  $Oy$ :  $x = 0$ ;  $y$  – не существует.

4. Точка  $x = 0$  является точкой разрыва  $\lim_{x \rightarrow 0} y = \infty$ , следовательно, прямая  $x = 0$  является вертикальной асимптотой.

Наклонные асимптоты ищем в виде:  $y = kx + b$ .

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{4}{x^3} \right) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 + 4}{x^2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^3} = 0.$$

Наклонная асимптота  $y = x$ .

5. Находим точки экстремума функции.

$$y' = 1 - \frac{8}{x^3}; \quad y' = 0 \text{ при } x = 2, \quad y' = \infty \text{ при } x = 0.$$

$y' > 0$  при  $x \in (-\infty, 0)$  – функция возрастает,

$y' < 0$  при  $x \in (0, 2)$  – функция убывает,

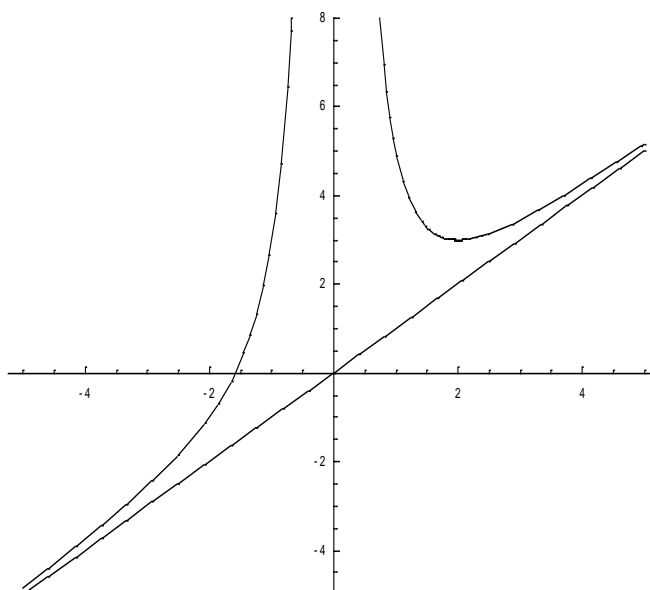
$y' > 0$  при  $x \in (2, \infty)$  – функция возрастает.

Таким образом, точка  $(2, 3)$  является точкой минимума.

Для определения характера выпуклости/вогнутости функции находим вторую производную.

$y'' = \frac{24}{x^4} > 0$  при любом  $x \neq 0$ , следовательно, функция, вогнутая на всей области определения.

6. Построим график функции.



*Для самостоятельного решения*

Исследовать функцию.  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$  и построить ее график.

**Интегральное исчисление.**

**Неопределенный интеграл.**

**Пример.** Найти неопределенный интеграл  $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$ .

Сделаем замену  $t = \sin x$ ,  $dt = \cos x dx$ .

$$\int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sin^{3/2} x + C.$$

**Пример.**  $\int x(x^2 + 1)^{3/2} dx$ .

Замена  $t = x^2 + 1$ ;  $dt = 2x dx$ ;  $dx = \frac{dt}{2x}$ ; Получаем:

$$\int t^{3/2} \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{3/2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} t^{5/2} + C = \frac{t^{5/2}}{5} + C = \frac{(x^2 + 1)^{5/2}}{5} + C;$$

**Пример.**  $\int x^2 \sin x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x^2; \quad dv = \sin x dx; \\ du = 2x dx; \quad v = -\cos x \end{array} \right\} = -x^2 \cos x + \int \cos x \cdot 2x dx =$

$$= \left\{ \begin{array}{l} u = x; \quad dv = \cos x dx; \\ du = dx; \quad v = \sin x \end{array} \right\} = -x^2 \cos x + 2 \left[ x \sin x - \int \sin x dx \right] = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C.$$

**Пример.**

$$\int \sin 7x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 5x dx - \frac{1}{2} \int \cos 9x dx = \frac{1}{10} \sin 5x - \frac{1}{18} \sin 9x + C.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{4dx}{\sin^2 2x} = \left\{ \frac{d \operatorname{ctg} 2x}{dx} = \frac{-2}{\sin^2 x} \right\} = -2 \operatorname{ctg} 2x + C$$

*Для самостоятельного решения*

Найти интегралы:

$$\int x^2 \arctg x dx.$$

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x} dx.$$

$$\int \frac{5x^4 - x^3 + 4x^2 + 8}{x^3 - 8} dx.$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^6 x} dx.$$

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

$$\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + x - 1}}.$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{4 + \cos x} dx.$$

**Определенный интеграл**

**Пример.**

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \left\{ \begin{array}{l} x = \sin t; \\ \alpha = 0; \beta = \pi/2 \end{array} \right\} = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2t) dt =$$

$$= \frac{1}{2} \left( t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sin \pi = \frac{\pi}{4}.$$

*Для самостоятельного решения*

Найти интегралы:

$$\int_1^2 \frac{x^2-2}{x^2} dx \quad \int_1^2 e^x \left( \frac{1}{e^x} - \frac{2e^{-x}}{x^2} \right) dx$$

$$\int_1^2 a^x \left( \frac{1}{a^x} - \frac{2a^{-x}}{x^2} \right) dx \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

$$\int_0^{\pi} 2 \cos \frac{x}{2} dx \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2}} dx$$

### Дифференциальные уравнения

**Пример.** Найти общее решение дифференциального уравнения:  $yy' = \frac{-2x}{\cos y}$

$$y \cos y \cdot \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$y \cos y dy = -2x dx$$

$$\int y \cos y dy = -2 \int x dx$$

Интеграл, стоящий в левой части, берется по частям

$$\int y \cos y dy = \left\{ \begin{array}{l} u = y; \quad dv = \cos y dy; \\ du = dy; \quad v = \sin y \end{array} \right\} = y \sin y - \int \sin y dy = y \sin y + \cos y$$

$$y \sin y + \cos y = -x^2 + C$$

$$y \sin y + \cos y + x^2 + C = 0$$

- это есть общий интеграл исходного дифференциального уравнения, т.к. искомая функция и не выражена через независимую переменную. В этом и заключается **отличие** общего (частного) **интеграла** от общего (частного) **решения**.

**Пример.** Найти решение дифференциального уравнения  $\frac{y}{y'} = \ln y$  при условии

$$y(2) = 1.$$

$$\frac{y dx}{dy} = \ln y$$

$$dx = \frac{\ln y dy}{y}$$

$$\int dx = \int \frac{\ln y dy}{y}$$

$$x + C = \int \ln y d(\ln y)$$

$$x + C = \frac{\ln^2 y}{2}$$

при  $y(2) = 1$  получаем  $2 + C = \frac{\ln^2 1}{2}$ ;  $\Rightarrow 2 + C = 0$ ;  $\Rightarrow C = -2$ ;

Итого:  $2(x-2) = \ln^2 y$ ; или  $y = e^{\pm\sqrt{2x-4}}$  - частное решение;

**Проверка:**  $y' = e^{\pm\sqrt{2x-4}} \cdot \frac{2}{\pm 2\sqrt{2x-4}}$ , итого

$$- \frac{y}{y'} = \frac{e^{\pm\sqrt{2x-4}} (\pm\sqrt{2x-4})}{e^{\pm\sqrt{2x-4}}} = \pm\sqrt{2x-4} = \ln y - \text{верно.}$$

**Пример.** Решить уравнение  $y' = y^{2/3}$ .

$$\frac{dy}{dx} = y^{2/3}$$

$$y^{-2/3} dy = dx$$

$$\int y^{-2/3} dy = \int dx$$

$$3y^{1/3} = x + C$$

$$27y = (x + C)^3 - \text{общий интеграл}$$

$$y = \frac{1}{27} (x + C)^3 - \text{общее решение}$$

**Пример.** Решить уравнение  $y' = x(y^2 + 1)$ .

$$\frac{dy}{y^2 + 1} = dx; \quad \int \frac{dy}{y^2 + 1} = \int dx;$$

$$\arctg y = \frac{x^2}{2} + C; \quad y = \operatorname{tg} \left( \frac{x^2}{2} + C \right);$$

### Для самостоятельного решения

Решить дифференциальное уравнение  $dx = dy(3 + 2x)$ :

Решить дифференциальное уравнение:  $yx^2 y' = \sqrt{x}$

Решить дифференциальное уравнение:  $y'' + 2x(y')^2 = 0$

Решить дифференциальное уравнение:  $(3x - 1)dy = y^2 dx$

Решить дифференциальное уравнение:  $y'' = \sin 3x$

Решить дифференциальное уравнение:  $(1 + x^2)dy = (y^2 - 1)dx$

Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 6y' + 5y = 0$

Решить дифференциальное уравнение:  $y' = 2\sqrt{y}e^{2x}$

Решить дифференциальное уравнение:  $(x - 3)y'' - y' = 0$

Решить дифференциальное уравнение:  $y'' - 5y' + 6y = e^x$

### Числовые ряды

**Пример.** Определить сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ .

$$u_n = \frac{n}{2^n}; \quad u_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)2^n}{2^{n+1}n} = \frac{n+1}{2n} = \frac{1 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2} < 1$$

Вывод: ряд сходится.

**Пример.** Исследовать на сходимость ряд  $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots$

Применяем признак Даламбера:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{x^{n+1}}{n+1}}{\frac{x^n}{n}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{xn}{n+1} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x}{1 + \frac{1}{n}} \right| = |x|.$$

Получаем, что этот ряд сходится при  $|x| < 1$  и расходится при  $|x| > 1$ .

Теперь определим сходимость в граничных точках 1 и -1.

При  $x = -1$ :  $-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots$  ряд сходится по признаку Лейбница

При  $x = 1$ :  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$  ряд расходится (гармонический ряд).

#### *Для самостоятельного решения*

Исследовать сходимость ряда с помощью предельного признака (эталонный ряд

$$\alpha_n = \frac{1}{n^\alpha}): \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3}{n^4 - 1}$$

Исследовать сходимость ряда с помощью предельного признака (эталонный

$$\text{ряд } b_n = \frac{1}{n^\alpha}): \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + \sqrt{n^2 + 3n}}{\sqrt[3]{n^6 - 2} + \sqrt{n^2 + 10}}$$

Исследовать сходимость ряда по признаку Даламбера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n - 1}$

Найти условную или абсолютную сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n + 3}$

Найти условную или абсолютную сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{5n + 1}$

#### *Степенные ряды*

**Пример.** Найти область сходимости ряда  $x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

Находим

радиус

сходимости

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n-1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{1}{(n-1)!}}{\frac{1}{n!}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n!}{(n-1)!} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} |n| = |\infty|.$$

Следовательно, данный ряд сходится при любом значении  $x$ . Общий член этого ряда стремится к нулю.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0.$$

#### *Для самостоятельного решения*

Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n \cdot n}$

Найти длину интервала сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \cdot (n+1)}$

Найти длину интервала сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{4^n \cdot (n+1)}$

### Функции многих переменных

**Пример.** Найти полный дифференциал функции  $z = \frac{y}{x^2 - y^2}$ .

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-2yx}{(x^2 - y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y'(x^2 - y^2) - y(-2y)}{(x^2 - y^2)^2} = \frac{x^2 - y^2 + 2y^2}{(x^2 - y^2)^2} = \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)^2}$$

$$dz = -\frac{2xy}{(x^2 - y^2)^2} dx + \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)^2} dy$$

### Для самостоятельного решения

Найти частные производные 2-го порядка функции  $z = x^2 - 5y - 4x + xy + y^2$

Найти экстремум функции  $z = xy - 4y + 2x^2 - 2x - 2y^2$

Найти полный дифференциал функции  $z = \sqrt{\frac{y}{x}} - x^2 y^2$  при  $x=1, y=2, dx=0,1, dy=0$ ,

Найти полный дифференциал функции  $z = 1 + 10xy + y + 2\sqrt{x} - 2y^3$

### Примеры тестовых заданий

#### 1 рубез

Баллы на один вопрос: 5

Время, отведенное на тестирование 15 минут

#### БЛОК №1.

Найти область определения функции  $y = \sqrt{4 - x^2}$  :

Определить количество целых чисел, принадлежащих области определения функции

$f(x) = \frac{\sqrt{8 - x^2}}{x}$  равно:

Указать, какая из функций является четной:

$$y = \frac{\sin x}{x}$$

$$y = x + x^2$$

$$y = x - x^3 + x^5$$

нет правильного ответа

#### БЛОК №2

Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{5 - 2x - 2\sqrt{x^4 + 1}}$  :

Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{x}$  :

Найти  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$  :

### БЛОК №3

**Выберите правильное утверждение:**

Если  $y = f(u)$  и  $u = \varphi(x)$  дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по независимой переменной умноженной на производную промежуточного аргумента;

Если  $y = f(u)$  и  $u = \varphi(x)$  дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по промежуточному аргументу умноженной на производную промежуточного аргумента по независимой переменной;

Если  $y = f(u)$  и  $u = \varphi(x)$  дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по промежуточному аргументу умноженной на производную независимой переменной.  
нет правильного ответа

**Выберите правильное утверждение:**

Критическая точка является точкой экстремума.

Критическая точка не обязательно является точкой экстремума.

Критическая точка не является точкой экстремума.

нет правильного ответа

**Какое утверждение верно:**

Число А называется пределом функции в бесконечности, если бесконечно большой последовательности значений аргумента из области определения, соответствующая последовательность значений функций стремится к А.

Число А называется пределом функции в бесконечности, если для всех значений аргумента из области определения, последовательность значений функций стремится к числу А.

Число А называется пределом функции в бесконечности, если бесконечно большой последовательности значений функций, соответствующая последовательность значений аргумента стремится к А.

нет правильного ответа

### БЛОК №4

Найти производную:  $y = \arctg 3x$

Найти производную:  $y = e^x \cos 2x$

Найти производную:  $y = \ln \cos x$

Найти производную:  $y = (2x + 3)^3$

### БЛОК №5

Наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x - x^2$  на отрезке  $[-1; 3]$



Найти точку минимума функции  $y = x^3 + 6x^2 + 9x$

Найти точку перегиба функции  $y = x^3 - x^2 + 1$  является

**2 рубеж**

**Время, отведенное на тестирование: 25 мин.**

**Баллы на один вопрос:**

Блок 1	Блок 2	Блок 3	Блок 4	Блок 5	Блок 6	Блок 7	Блок 8	Блок 9
3	4	3	4	2	3	2	2	2

### **БЛОК №1.**

**Выберите правильное утверждение:**

Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , то найдется такая точка  $c \in [a, b]$

что  $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$

Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , то найдется такая точка  $c \in [a, b]$

что  $\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$

Если функция  $y = f(x)$  определена на отрезке  $[a, b]$ , то найдется такая точка  $c \in [a, b]$ ,

что  $\int_b^a f(x)dx = f(c)(b-a)$

Нет правильного ответа

**Выберите правильное утверждение:**

Пусть функция  $y = f(x)$  неотрицательна и непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , тогда площадь  $S$  под кривой  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  определяется по формуле:

$$S = \pi \int_a^b f(x)dx;$$

Пусть функция  $y = f(x)$  неотрицательна и непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , тогда площадь  $S$  под кривой  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  определяется по формуле:

$$S = 2\pi \int_a^b f(x)dx.$$

Пусть функция  $y = f(x)$  неотрицательна и непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , тогда площадь  $S$  под кривой  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  определяется по формуле:

$$S = \int_a^b f(x)dx.$$

Нет правильного ответа

**Выберите правильное утверждение:**

Кривая  $y = f(x)$  называется гладкой на отрезке  $[a, b]$ , если она непрерывна на этом отрезке и имеет непрерывную производную на этом отрезке;

Кривая  $y = f(x)$  называется гладкой на промежутке  $(a, b)$ , если она непрерывна на этом промежутке и имеет непрерывную производную на этом промежутке;

Кривая  $y = f(x)$  называется гладкой на отрезке  $[a, b]$ , если она не имеет непрерывную производную на этом отрезке;

Нет правильного ответа

## БЛОК №2.

**Выберите правильное утверждение:**

Множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству  $\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} < \delta$ , называется  $\delta$  окрестностью точки  $M_0(x_0, y_0)$ .

Множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству  $\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} < \delta$ , называется  $\delta$  окрестностью точки  $M_0(x_0, y_0)$ .

Множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству  $\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} < \delta$ , называется  $\delta$  окрестностью точки  $M_0(x_0, y_0)$ .

Нет правильного ответа

**Выберите правильное утверждение:**

Ряд называется абсолютно сходящимся, если сходится как сам ряд, так и ряд составленный из абсолютных величин его членов.

Ряд называется абсолютно сходящимся, если сходится сам ряд, а ряд составленный из абсолютных величин его членов расходится.

Ряд называется абсолютно сходящимся, если сам ряд расходится, а ряд составленный из абсолютных величин его членов сходится.

Нет правильного ответа

**Выберите правильное утверждение:**

Пусть точка  $(x_0, y_0)$  - есть точка экстремума дифференцируемой функции  $z = f(x, y)$ .

Тогда частные производные  $f'_x(x_0, y_0)$  и  $f'_y(x_0, y_0)$  в этой точке равны нулю.

Пусть точка  $(x_0, y_0)$  - есть точка экстремума дифференцируемой функции  $z = f(x, y)$ .

Тогда частные производные  $f'_x(x_0, y_0)$  и  $f'_y(x_0, y_0)$  в этой точке равны между собой.

Пусть точка  $(x_0, y_0)$  - есть точка экстремума дифференцируемой функции  $z = f(x, y)$ .

Тогда частные производные  $f'_x(x_0, y_0)$  и  $f'_y(x_0, y_0)$  в этой точке не равны нулю.

Нет правильного ответа

**Выберите правильное утверждение:**

Если функция  $z = f(x, y)$  непрерывна в точке  $M(x, y)$ , то она дифференцируема в этой точке.

Если функция  $z = f(x, y)$  дифференцируема в точке  $M(x, y)$ , то она непрерывна в этой точке.

Если функция  $z = f(x, y)$  определена в точке  $M(x, y)$ , то она непрерывна в этой точке.

Нет правильного ответа

## БЛОК №3

Найти  $\int \frac{x^2}{x^3 + 2} dx$

Найти  $\int 3^{2x} dx$

Найти  $\int \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$

### БЛОК №4

Найти  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$

Найти  $\int \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2}} dx$

Найти  $\int_0^2 \frac{8}{\pi(4 + x^2)} dx$

### БЛОК №5

Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{4^n \cdot n}$

Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n n!}{2^n}$

Найти радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{2^n \cdot n}$

### БЛОК №6

Найти длину интервала сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{4^n \cdot (n+1)}$

Найти длину интервала сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n \cdot n}$

Найти длину интервала сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{5^n \cdot n}$

### БЛОК №7

Укажите верное утверждение для знакочередующегося ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$

ряд расходится;

ряд сходится условно;

ряд сходится абсолютно.

Указать условно сходящийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{\sqrt[3]{3n^6 + 1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3 + 4}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$$

Указать расходящийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{3n^3 + 5}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^4 + 3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3\sqrt{n^4 + 1}}$$

Указать абсолютно сходящийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{\sqrt[3]{3n^6 + 1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3 + 4}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n + 1}$$

### БЛОК №8.

Найти  $z''_{xx}$  функции  $z = x^2 - 5y - 4x + xy + y^2$

Найти  $z''_{yx}$  функции  $z = 3xy + 7\sqrt{y} + 3x^2 - 2x + 2y^2$

Найти  $z''_{xy}$  функции  $z = 4x + 4xy - 5x + \sqrt{5}y^2 - 3$

### БЛОК №9.

Найти  $z''_{xy}$  функции  $z = 3x^2y^2 + xy + 5x + y^2 - 3y$  в точке (1;0)

Найти  $z''_{yy}$  функции  $z = 4x^2y^2 - 5y - 4x + 5xy + 6y^2$  в точке (1;1)

Найти  $z''_{yy}$  функции  $z = 6xy^2 + 4y + 2x^2y - 2x + 4y^2$  в точке (0;0)

## Примеры экзаменационных билетов

ФГБОУ ВО Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова  
Экзаменационный билет №1

Кафедра алгебры и анализа

Дисциплина *математический анализ*

Факультет *Экономики и управления*

Курс *1*

1. Производная сложной функции.
2. Решить дифференциальное уравнение:  $yx^2y' = \sqrt{x}$
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 3x - x^3 - 1$  на отрезке  $[-2; 4]$

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ Н.А.Джусоева

ФГБОУ ВО Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова  
Экзаменационный билет №3

Кафедра алгебры и анализа  
 Дисциплина *математический анализ*  
 Факультет *Экономики и управления*  
 Курс *1*

1. Неопределенный интеграл.
2. Найти производную:  $y = \sqrt{1 + \cos x}$
3. Исследовать сходимость ряда по признаку Даламбера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 7}$

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ Н.А.Джусоева

ФГБОУ ВО Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова  
**Экзаменационный билет №15**

Кафедра алгебры и анализа  
 Дисциплина *математический анализ*  
 Факультет *Экономики и управления*  
 Курс *1*

1. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.

2. Решить дифференциальное уравнение:  $\left(\frac{y}{x} - 1\right)y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2$

3. Найти  $\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+3} dx$

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ Н.А.Джусоева

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**  
**Список рекомендуемой литературы**

	Наименование	Изд-во
	<b>а) основная литература</b>	
1	Фихтенгольц Григорий Михайлович Основы математического анализа, учебник <a href="https://e.lanbook.com/book/65055">https://e.lanbook.com/book/65055</a>	СПб.: Лань, 2015 // ЭБС "Лань"
2	Минорский Василий Павлович Сборник задач по высшей математике, учебное пособие	Физико-матем.лит-ры, 2010
3	Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. <a href="https://e.lanbook.com/book/89934">https://e.lanbook.com/book/89934</a>	СПб.: Лань, 2017 // ЭБС "Лань"
4	Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 1: учебник для бакалавров	М.: Юрайт, 2019
5	Ильин Владимир Александрович Математический анализ. В 2-х ч., учебник	Проспект, 2011
6	Высшая математика для экономистов, учебник под	ЮНИТИ-ДАНА,

	редакцией Н.Ш.Кремера	2014
	<b>б) дополнительная литература</b>	
7	Федорюк Михаил Васильевич Обыкновенные дифференциальные уравнения, учеб.пособие	ЛИБРОКОМ, 2015.
8	Кострикин А.И.. Ч.2 : Математический анализ.	М.,2009
9	Лекции по математическому анализу. Бесов О.В.	Физматлит, 2016
10	Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие. <a href="https://e.lanbook.com/reader/book/149">https://e.lanbook.com/reader/book/149</a>	СПб.: Лань, 2014 // ЭБС "Лань"

**в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

«Галактика»	№31907480031 от 25.02.2018г.(бессрочно)
BricsCAD	BricysNV, 30.09.2020г до 30.09.2021г
Электронная библиотека диссертации и авторефератов РГБ(ЭБД РГБ)	<a href="https://dvs.rsl.ru">https://dvs.rsl.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
ЭБС"Университетская библиотека ONLINE"	<a href="https://biblioclub.ru">https://biblioclub.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
Универсальная баз данных EastView	<a href="https://dlib.eastview.com">https://dlib.eastview.com</a> Логин: Khetagurov; Пароль: Khetagurov
ЭБС «Консультант студента» Студенческая электронная библиотека по медицинскому и фармацевтическому образованию, а также по естественным и точным наукам в целом.	<a href="http://www.studentlibrary.ru">http://www.studentlibrary.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
ЭБС «Юрайт» - образовательная среда, включающая виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по всем направлениям и специальностям	<a href="http://www.biblio-online.ru">www.biblio-online.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
CiscoWebex - Система проведения вебинаров.	ООО Айстек договор № Д83-2020 от 10.08.2020 - 10.08.2021г
DIRECTUMRX – Система электронного документооборота	ООО Галактика ИТ договор № 120320/Д/А от 16.03.2020

**Состав лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

№ п/п	Наименование	№ договора (лицензия)
-------	--------------	-----------------------

1.	Windows 7 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.
2.	OfficeStandard 2016	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.
3.	Антивирусное программное обеспечение KasperksyTotalSecurity	№17Е0-180222-130819-587-185 от 26.02.2018 до 14.03.2019 г, продлена до 21 г.
4.	Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»	№795 от 26.12.2018 (действителен до 30.12.2019 г) с ЗАО «Анти-Плагиат» продлена до 21 г.

## 10. Материально-техническое оснащение дисциплины

Проведение лекционных и семинарских занятий по дисциплине осуществляется в следующих аудиториях:

<p><b>Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа:</b> преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, демонстрационное оборудование - мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение: Windows 8.1 Professional; OfficeStandard 2010; Антивирусное программное обеспечение KasperksyTotalSecurity; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; КонсультантПлюс; Гарант; Moodle, CiscoWebex; учебно-наглядные пособия</p>
<p><b>Учебные аудитории для занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение: Windows 8.1 Professional; OfficeStandard 2010; Антивирусное программное обеспечение KasperksySecurityCloud; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; Консультант плюс; Гарант; Moodle, CiscoWebex;</p>
<p><b>Лаборатория - компьютерный класс для текущего контроля (тестирование):</b> преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение: Windows7.1 Professional; OfficeStandard 2016; WinRar; MicrosoftVisio; MicrosoftVisualstudio; KasperskySecurityCloud; КонсультантПлюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ», Moodle, CiscoWebex</p>
<p><b>Помещения для самостоятельной работы:</b> - компьютерные классы с доступом к ресурсам сети Интернет: преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение: Windows7.1 Professional; OfficeStandard 2016; WinRar; MicrosoftVisio; MicrosoftVisualstudio; KasperskySecurityCloud; КонсультантПлюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ», Moodle, CiscoWebex - библиотека, в том числе читальный зал: столы, стулья, компьютеры (в т.ч. с выходом в интернет, доступом в ЭИОС), программное обеспечение: AdobeFlashPlayer 31; AdobeReader 10; Java 6.0; K-LiteCodecPack; Winrar; MicrosoftOffice 10; MicrosoftVisio 10; MicrosoftVisualstudio; Консультант плюс. Moodle, CiscoWebex, учебные и научные фонды библиотеки СОГУ, доступ к электронным библиотечным ресурсам: ЭБС "Университетская библиотека Online" <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> Электронная библиотека диссертаций РГБ (ЭБД РГБ) <a href="https://dvs.rsl.ru">https://dvs.rsl.ru</a> Электронная библиотека «Консультант студента» <a href="http://www.studmedlib.ru/">http://www.studmedlib.ru/</a> Научная электронная библиотека eLibrary.ru <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a></p>

База данных «ЭБС elibrary»<http://elibrary.ru>  
Электронная библиотека «Юрайт»<http://biblio-online.ru>