

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Северо-Осетинский государственный университет  
имени Коста Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Линейная алгебра»**

**Направление подготовки 38.03.01 Экономика  
Профиль «Экономика и финансы»**

**Квалификация (степень) – бакалавр**

**Форма обучения – очная**

**Год начала подготовки - 2022**

**Владикавказ 2022**

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению 38.03.01 Экономика, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12.08.2020 г., №954, учебным планом подготовки бакалавра по направлению 38.03.01 Экономика, профиль «Экономика и финансы», одобренным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» 31.05.2022 г. протокол №13, утвержденным ректором «СОГУ» А.У. Огоевым

Составители: доцент кафедры алгебры и анализа, к.э.н., Хугаева Л.Т.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол № 6 от 16 марта 2022г.)

Одобрена советом факультета экономики и управления (протокол № 7 от «20» апреля 2022 г.)

*Рабочая программа дисциплины принята в составе основной профессиональной образовательной программы решением ученого совета Протокол № 13 от 31.05.2022.*

### 1.1 Структура, и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часа).

	Очная форма обучения	Заочная форма обучения
Курс	1	
Семестр	2	
Лекции	34	
Практические (семинарские) занятия	34	
Лабораторные занятия		
Консультации		
Итого аудиторных занятий		
Самостоятельная работа	40	
Курсовая работа		
Форма контроля		
экзамен	36	
Зачет	-	
Общее количество часов	144	

### 1.2. Цели изучения дисциплины:

- обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования экономических процессов;
- воспитание достаточно высокой математической культуры: ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке студентов;
- выработка представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре,
- умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;
- овладение математическими методами для решения экономических задач и приобретение навыков использования универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов математики при дальнейшем изучении профильных дисциплин, построении математических моделей различных явлений и процессов в экономике,

Достижение этих целей обеспечивает выпускнику получение высшего профессионально профилированного образования и обладание перечисленными ниже компетенциями. Они способствуют его социальной мобильности, устойчивости на рынке труда и успешной работе в самых разнообразных сферах (научно-исследовательская деятельность, аналитическая поддержка процессов принятия решений для управления предприятием и проч.).

### 1.3 Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части Блока 1 (Б1.О.09). Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» (программа средней общеобразовательной школы) или соответствующих математических дисциплин среднего профессионального образования.

Студенты должны владеть знаниями и компетенциями, соответствующими школьной программе по математике.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Математический анализ», могут быть использованы при изучении курсов «Финансовая математика», «Микроэкономика», «Эконометрика», «Макроэкономика» и др.

#### 4. Требования к результатам освоения дисциплины

Результаты освоения ОПОП ВО **38.03.01 Экономика** определяются приобретаемыми выпускником компетенциями, т.е. его способностью применять знания, умения и личные качества в соответствии с задачами профессиональной деятельности.

В результате освоения данной ОПОП бакалавриата, в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**, а также вышеуказанными профессиональными стандартами, выпускник должен приобрести следующие компетенции: универсальные, общепрофессиональные и профессиональные.

#### Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Линейная алгебра».

Универсальные компетенции выпускников				
Код и наименование универсальной компетенции (УК)	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции	Результаты освоения компетенции		
		Знать	Уметь	Владеть
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>УК-1.1.</b> Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи.	Знает основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода.	1. Умеет анализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода.  2. Умеет осуществлять поиск необходимой для решения поставленной задачи информации, критически оценивая надежность различных	Практическим опытом анализа задач.

		источников информации	
<b>УК-1.2. .</b> Разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации.	Знает критерии сопоставления различных вариантов решения поставленной задачи.	1. Умеет осуществлять критический анализ собранной информации на соответствие ее условиям и критериям решения поставленной задачи. 2. Умеет отличать факты от мнений, интерпретаций и оценок при анализе собранной информации. 3. Умеет сопоставлять и оценивать различные варианты решения поставленной задачи, определяя их достоинства и недостатки.	Практическим опытом работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.
<b>УК-1.3.</b> Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор.	Знает принципы, критерии, правила построения суждения и	1. Умеет формировать собственные суждения и оценки, грамотно и	Основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации для представления в доступной и

		оценок.	логично аргументируя свою точку зрения. 2. Умеет применять теоретические знания в решении практических задач.	понятной форме результатов своей профессиональной деятельности.
--	--	---------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------

## 5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1.

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа Студентов		Формы контроля	Количество баллов		литература
		л	пр	Содержание	Часы		min	max	
	<b>Текущая работа студентов</b>						<b>0</b>	<b>25</b>	
1	Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Полярная система координат.	2	2	Площадь треугольника и многоугольника.	<b>4</b>	Вопросы в билетах. Опрос на занятиях			[1], [3], [4], [5],[7]
2	Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой.	2	2	Линии спроса и предложения.	<b>4</b>	мини-опрос, вопросы в тесте			[1], [3], [4], [5],[6],[7]
3	Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	2	2	Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.	<b>4</b>	Проверка на занятиях			[1], [3], [5],[7]
4	Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках. Полярная система координат.	2	2	Уравнение бюджетной линии.	<b>4</b>	Решение задач на занятиях			[1], [2], [4],[5],[7]
5	Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках. Полярная система координат.	2	2	Использование кривых второго порядка в экономике	<b>4</b>	Вопросы в билетах. Проверка на занятиях			[1], [2], [4],[5],[6],[7]
6	Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Способы вычисления	2	2	Доказательство свойств	<b>4</b>	Опрос на занятиях			[1], [2], [4],

	определителей.			определителей					[5],[7]]
7	Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Элементарные преобразования над матрицами.	2		Транспонирование матриц. Умножение матриц.	4	Письменный опрос по теории			[1], [2], [4], [5],[7]
8	Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы.	2	2	Ранг матрицы.	4	Контрольная работа			[1], [2],[4], [5],[6],[7]
9	Системы $m$ линейных уравнений с $m$ переменными. Основные понятия и определения. Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера. <b>1-я рубежная письменная контрольная работа</b>	2		Ранг матрицы.	3	Самостоятельная работа в аудитории	0	25	[1], [2],[4], [5],[6],[8]
	<b>Текущая работа студентов</b>						0	25	
10	Теорема Кронекера - Капелли. Метод обратной матрицы. Метод Гаусса.	2	2	Решение системы уравнений методом итерации.	3	Домашняя работа			[1], [2],[4], [5],[7]]
11	Системы $m$ линейных уравнений с $n$ переменными. Системы линейных однородных уравнений.	2	2	Фундаментальная система решений.	4	Решение задач на занятии			[1], [2],[3], [5],[6],[7]
12	Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Использование систем линейных уравнений при решении экономических задач.	2	2	Решение задач с экономическим содержанием	4	мини-опрос, вопросы в тесте			[1], [2],[4], [5],[7]
13	Векторы на плоскости и в пространстве. Длина и направление вектора. Проекция вектора на ось.	2	2	Линейная зависимость и независимость векторов	4	мини-опрос			[1], [2],[4], [5],[7]
14	Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. $n$ -мерный вектор и	2	2	Смешанное произведение векторов.	5	Опрос на занятиях			[1], [2], [4], [5],[6],[8]



	векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство.								
15	Общее уравнение плоскости, понятие нормального вектора. Частные случаи расположения плоскости в координатном пространстве.	2	2	Квадратичные формы	6	Проверка на занятиях			[1], [2],[4], [5]
16	Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.	2	2	Приведение квадратичной формы к сумме квадратов	4	мини-тест			[1], [2], [4], [5]
17	Прямая в пространстве. Понятие направляющего вектора, каноническое уравнение прямой. Общее уравнение, параметрическое уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми. <b>2-я рубежная письменная контрольная работа</b>	2	2	Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью Условия параллельности и перпендикулярности	6	Самостоятельная работа в аудитории	0 \	25	[1], [2], [4], [8]
	<b>Текущая работа студентов</b>						0	25	
	<b>ИТОГО:</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>40</b>		<b>0</b>	<b>100</b>	

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального учебного плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием Webex, платформы дистанционного обучения Moodle, личный кабинет студента на сайте СОГУ, других элементов ЭИОС СОГУ.

## **6. Образовательные технологии**

Для достижения планируемых результатов освоения дисциплины, используются различные образовательные технологии:

- традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий;
- лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции;
- доклад (реферат) – студент готовит краткое сообщение по вопросу темы, оформляет работу в соответствии с требованиями и сдает ее преподавателю
- онлайн-занятие – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника (Zoom, Meet, Skype, Webex и др.);
- видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Технология электронного обучения - реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ (при использовании ресурсов ЭБС), в ходе проведения автоматизированного тестирования и т. д.

## **7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.**

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется на протяжении изучения всей дисциплины в соответствии с утвержденной в учебном плане трудоемкостью (для очной формы обучения 144 часа) и состоит из:

- работы студентов с лекционными материалами, поиска и анализа литературы и электронных источников информации по заданной теме;
- выполнения заданий для самостоятельной работы в ЭИОС СОГУ;
- подготовки к промежуточным контрольным работам и к итоговым тестам;
- подготовки к экзамену.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

### **Методические указания по проведению практических занятий**

Практические занятия по дисциплине «Линейная алгебра » проводятся в течение одного семестра по 2 часа в неделю.

В начале практического занятия следует обратить внимание на теоретические вопросы по теме занятия. Первоначально идет изложение теоретического материала темы занятия. Затем в ряде вопросов преподавателя следует сконцентрировать внимание на основных идеях темы занятия. Вопросы должны включать в себя различные вариации элементарных ситуаций, отображающих основные идеи темы занятия в их взаимной взаимосвязи. Задаваемые вопросы-задачи должны быть короткими и максимально проявлять в студентах их сообразительность.

После предварительной части следует начинать решать задачи, имеющих более длинные сценарии взаимодействия основных идей темы занятия. При этом следует избегать трудоемких задач, включающих освоение незначительного числа приемов. В процессе решения задачи следует всегда увязывать шаги алгоритма решения задачи с теоретическими основами изучаемого алгоритма и добиваться понимания механизма действия изучаемого алгоритма.

**Фронтальный опрос** проводится в форме беседы преподавателя с группой.

Он органически сочетается с повторением пройденного, являясь средством для закрепления знаний и умений. Его достоинство в том, что на активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом. С помощью фронтального опроса преподаватель имеет возможность проверить выполнение студентами домашнего задания, выяснить готовность группы к изучению нового материала.

**Индивидуальный опрос** предполагает обстоятельные, связные ответы студентов на вопрос, относящийся к изучаемому учебному материалу, поэтому он служит важным учебным средством развития речи, памяти, мышления студентов. Чтобы сделать такую проверку более глубокой, необходимо ставить перед студентами вопросы, требующие развернутого ответа.

Вопросы для индивидуального опроса должны быть четкими, ясными, конкретными, емкими, иметь прикладной характер, охватывать основной, ранее пройденный материал программы. Их содержание должно стимулировать студентов логически мыслить, сравнивать, анализировать, доказывать, подбирать убедительные примеры, устанавливать причинно-следственные связи, делать обоснованные выводы и этим способствовать объективному выявлению знаний студентов.

Вопросы обычно задают всей группе и после небольшой паузы, необходимой для того, чтобы студенты поняли его и приготовились к ответу, вызывают для ответа конкретного студента.

**Письменная проверка** наряду с устной является важнейшим методом контроля знаний, умений и навыков студентов. Однородность работ, выполняемых студентами, позволяет предъявлять ко всем одинаковые требования, попытаться объективности оценки результатов обучения. Применение этого метода дает возможность в наиболее короткий срок одновременно проверить усвоение учебного материала всеми студентами группы, определить направления для индивидуальной работы с каждым.

Письменная проверка используется во всех видах контроля и осуществляется как в аудиторной, так и во внеаудиторной работе (выполнение домашних заданий).

**Методические рекомендации по использованию информационно-коммуникативных технологий обучения**

Для изучения лекционного материала дисциплины применяются аудиовизуальные (мультимедийные) технологии, которые не отрицают традиционные, проверенные временем методы преподавания, но, при этом, они повышают наглядность, информативность, оперативность в подаче информации, позволяют экономить время занятий.

Каждое семинарское занятие имеет свою особую форму проведения, свою методологическую специфику, что позволяет развивать у студентов различные как общекультурные, так и профессиональные компетенции. Постановка проблемы, разбор актуальных конкретных и гипотетических ситуаций, создание атмосферы диалога между преподавателем и группой позволяет работать индивидуально и в малых группах, коллективно обсуждать определенный тематический материал, а также инициировать самостоятельную работу студентов. При осмыслении содержания вопросов практических занятий преследуется цель соблюдать преемственность в профессиональном и в творческом развитии студентов.

Контроль самостоятельной работы студентов призван сделать процесс обучения более целостным и органичным. Его задача не оставить без внимания даже, на первый взгляд, малозначительные вопросы.

Компьютерное тестирование позволяет осуществлять итоговый контроль знаний студентов. Тестовый материал включает в себя содержание вопросов по каждому из обозначенных программой разделов.

Каждый вопрос предполагает несколько вариантов ответов, среди которых имеются абсолютно неверный, правильный и в большей или меньшей степени раскрывающий сущность вопроса. В процессе компьютерного тестирования задача студентов определяется как выбор правильного ответа из многообразия вариантов. В тестовых заданиях есть вопросы на соответствие. В процессе компьютерного тестирования, задача студента определяется как выбор правильного ответа из многообразия вариантов.

Вопросы и темы, отводимые на выполнение самостоятельной работы по дисциплине, а также критерии оценивания по каждому виду работы содержатся в разделе 8 РПД.

## **8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Общим средством контроля является введенная в университете балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов специалитета и направлений бакалавриата.

**К оценочным средствам текущего контроля относятся:**

**Текущий контроль** – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на лекционных и практических занятиях, а также короткие (до 15 мин.) контрольные задания, выполняемые студентами в начале лекции с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или в конце лекции для выяснения степени усвоения изложенного материала, а также на практических занятиях.

**Рубежный контроль** осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра

проводится два таких контрольных мероприятия по графику.

### **К оценочным средствам текущего контроля относятся:**

#### **1) Выполнение заданий на практических занятиях – 10 баллов**

Критерии оценки:

10 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, приходит к самостоятельным аргументированным выводам.

8-9 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, но допускает ошибки вычислительного характера.

6-7 баллов – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности, знает различные точки зрения по обсуждаемой проблеме, но возникают трудности с их анализом, умеет излагать собственную позицию, но не все выводы носят доказательный характер.

3-5 баллов – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности.

2 балла – студент дает решение выполняемого задания по подсказкам аудитории, студент не владеет теоретическим материалом.

0 баллов – студент отказывается выходить к доске

#### **2) Выполнение домашних заданий – 4 балла**

Домашняя (внеаудиторная) подготовка включает в себя ответы на устные вопросы по пройденному теоретическому материалу и выполнение практических заданий. Оценивается до 3 баллов.

Критерии оценки домашней (внеаудиторной) подготовки.

4 балла (максимальная оценка) - ответ отличается последовательностью, логикой изложения, легко воспринимается аудиторией, при ответе на вопрос отвечающий демонстрирует глубину владения представленным материалом, ответы формулируются аргументировано, обосновывается решение задачи. Студент в полном объеме выполнил домашнее задание.

2-3 балла – устный ответ отличается последовательностью, логикой изложения, но обоснование сделанных выводов не достаточно аргументировано, неполно раскрыто содержание проблемы, решение задачи неполное.

1 балл – отвечающий передает содержание проблемы, но не демонстрирует знание точных формулировок, выступление воспринимается аудиторией сложно, ответы на вопросы поверхностные, либо вызывают затруднение, нет решения задач.

0 баллов - студент не выполнил домашнее задание.

#### **3) Выполнение самостоятельных работ - 6 баллов**

Самостоятельная работа как вид деятельности студента очень многогранна. В качестве форм работы для изучения курса «Линейная алгебра» предлагаются следующие ее разновидности:

- работа с учебной и научной литературой;
- выполнение аудиторной, модульной контрольной работ;
- самостоятельной работы на дистанционной площадке Moodle

- подготовка к тестированию.

Целью самостоятельной работы для студентов является более глубокое знакомство с ключевыми теоретическими вопросами, изучаемыми на лекциях.

Задачи самостоятельной работы:

- обретение навыков самостоятельной научно-исследовательской работы на основе анализа текстов источников и применения различных методов исследования;
- выработка умения самостоятельно и критически подходить к изучаемому материалу;
- формирование общекультурных профессиональных компетенций курса.

Форма контроля	Мин. кол-во баллов	Макс. кол-во баллов
<p><i>Текущая оценка</i> студента в течение 1-9 недели состоит из:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Выполнения заданий на практических занятиях</i></li> <li>• <i>Выполнения домашних заданий</i></li> <li>• <i>Самостоятельных работ</i></li> </ul> <p><i>1-я рубежная контрольная работа</i></p>	0	20
<i>Итого за 1 модуль</i>	0	35
<p><i>Текущая оценка</i> студента в течение 10-18 недели состоит из:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Выполнения заданий на практических занятиях</i></li> <li>• <i>Выполнения домашних заданий</i></li> <li>• <i>Самостоятельных работ</i></li> </ul> <p><i>2-я рубежная контрольная работа</i></p>	0	20
<i>Итого за 2 модуль</i>	0	30

Учебным планом по данной дисциплине предусмотрен экзамен в первом семестре.

### Методика формирования результирующей оценки

В ходе текущего контроля студенты могут набрать 0-100 баллов:

**1-я рубежная аттестация - максимально 30 баллов; из них:**

0 - 20 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ ( $P_1$ );

0 -15 баллов – текущая работа студента ( $T_1$ )

**2-я рубежная аттестация – максимально 30 баллов; из них:**

0 - 20 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ ( $P_2$ );

0 - 15 баллов – текущая работа студента ( $T_2$ )

За устный ответ на экзамене студент получает 0-30 баллов.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Экзамен».

Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле .

$$(T_1 + T_2) + 0,5 \cdot (P_1 + P_2 + \Xi)$$

### Шкала итоговой академической успеваемости студентов по дисциплине

Система оценок СОГУ		
Сумма баллов	Название	Числовой эквивалент
86 - 100	отлично	5
71-85	хорошо	4
50-70	удовлетворительно	3

### Оценивание ответа студента на экзамене

<i>Характеристика ответа</i>	<i>баллы</i>
Студент показал исчерпывающие глубокие знания всего материала программы, полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. При этом должны быть получены логически последовательные, содержательные, полные, правильные и конкретные ответы на все вопросы экзаменационного билета	25-30
Даны последовательные, правильные, конкретные ответы на поставленные вопросы. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	20-25
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	15-20
Студент показал недостаточно полное знание и понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений отдельных вопросов программного материала. В основном правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на поставленные вопросы; при ответах на отдельные вопросы имеют место незначительные неточности в раскрытии рассматриваемых процессов и явлений.	10-15
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	5-10
Дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания студентом их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	1-5
Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины	0

### Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций ОПК-3 и ПК-1			
«Минимальный уровень» (менее 50 баллов) Компетенции не	«Минимальный уровень»(50-70 баллов) Компетенции сформированы.	«Средний уровень»(71-85 баллов) Компетенции	«Высокий уровень»(86-100 баллов) Компетенции

<i>сформированы.</i>		<i>сформированы.</i>	<i>сформированы.</i>
Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	Сформированы базовые структуры знаний.  Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер.  Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Знания обширные, системные.  Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий.  Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Знания твердые, аргументированные, всесторонние.  Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий.  Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
<i>Обучающийся демонстрирует:</i>	<i>Обучающийся демонстрирует:</i>	<i>Обучающийся демонстрирует:</i>	<i>Обучающийся демонстрирует:</i>
<p>существенные пробелы в знаниях учебного материала;</p> <p>допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;</p> <p>непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета;</p> <p>отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;</p> <p>отсутствие готовности</p>	<p>знания теоретического материала;</p> <p>неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов;</p> <p>неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.</p>	<p>знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала;</p> <p>твердые знания теоретического материала.</p> <p>способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;</p> <p>правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;</p>	<p>-</p> <p>глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала;</p> <p>полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий;</p> <p>способность устанавливать и объяснять связь практики и теории;</p>



(способности) к дискуссии и низкую степень контактности.		<p>умение решать практические задания, которые следует выполнить;</p> <p>владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам.</p> <p>возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в ответах на</p>	<p>логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора;</p> <p>умение решать практические задания;</p> <p>свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</p>
Оценка «неудовлетворительно» / незачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

### Вопросы к экзамену

1. Расстояние между двумя точками на плоскости.
2. Деление отрезка в данном отношении.
3. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи.
4. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой в отрезках.
6. Угол между двумя прямыми.
7. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
8. Уравнение прямой проходящей через одну точку.  
Уравнение прямой, проходящей через две точки.
9. Полярная система координат
10. Связь между полярными и прямоугольными координатами.
11. Окружность
12. Эллипс
13. Гипербола
14. Парабола
15. Определители квадратных матриц.
16. Свойства определителей.
17. Способы вычисления определителей.
18. Основные сведения о матрицах.

19. Операции над матрицами.
20. Элементарные преобразования над матрицами.
21. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы.
22. Понятие вектора на плоскости.
23. Линейные операции с векторами в геометрической форме.
24. Проекция вектора на ось и ее свойства.
25. Скалярное произведение. Определение, свойства.
26. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
27. Длина вектора, направляющие косинусы вектора.
28. Угол между двумя векторами.
29. Векторное произведение, определение, свойства.
30. Вычисление векторного произведения в координатной форме.
31. Компланарность трех векторов. Смешанное произведение векторов, определение, свойства.
32. Общее уравнение плоскости, понятие нормального вектора.
33. Частные случаи расположения плоскости в координатном пространстве.
34. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
35. Прямая в пространстве. Понятие направляющего вектора, каноническое уравнение прямой.
36. Общее уравнение, параметрическое уравнение прямой в пространстве.
37. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.
38. Взаимное расположение прямой и плоскости.
39. Угол между прямой и плоскостью
40. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

### Примерные задания для контрольных работ

#### Уравнение линии на плоскости

Пример. Найти уравнение прямой, проходящей через точки  $A(1, 2)$  и  $B(3, 4)$ .

Применяя формулу  $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ , получаем:

$$y - 2 = \frac{4 - 2}{3 - 1}(x - 1)$$

$$y - 2 = x - 1$$

$$x - y + 1 = 0$$

Пример. Задано общее уравнение прямой  $x - y + 1 = 0$ . Найти уравнение этой прямой в отрезках.

$$C = 1 - \frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1, \quad a = -1, \quad b = 1.$$

Пример. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-2, -3)$  и начало координат.

Уравнение прямой имеет вид:  $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ , где  $x_1 = y_1 = 0$ ;  $x_2 = -2$ ;  $y_2 = -3$ .

$$\frac{x - 0}{-2 - 0} = \frac{y - 0}{-3 - 0}; \quad \frac{x}{-2} = \frac{y}{-3}; \quad 3x - 2y = 0.$$

Пример. Определить угол между прямыми:  $y = -3x + 7$ ;  $y = 2x + 1$ .

$$k_1 = -3; \quad k_2 = 2 \quad \operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{2 - (-3)}{1 - (-3)2} \right| = 1; \quad \varphi = \pi/4$$

Пример. Даны вершины треугольника  $A(0; 1)$ ,  $B(6; 5)$ ,  $C(12; -1)$ . Найти уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ .

Находим уравнение стороны  $AB$ :  $\frac{x-0}{6-0} = \frac{y-1}{5-1}$ ;  $\frac{x}{6} = \frac{y-1}{4}$ ;  $4x = 6y - 6$ ;

$$2x - 3y + 3 = 0; y = \frac{2}{3}x + 1.$$

Искомое уравнение высоты имеет вид:  $Ax + By + C = 0$  или  $y = kx + b$ .

$k = -\frac{3}{2}$ . Тогда  $y = -\frac{3}{2}x + b$ . Т.к. высота проходит через точку  $C$ , то ее координаты

удовлетворяют данному уравнению:  $-1 = -\frac{3}{2}12 + b$ , откуда  $b = 17$ . Итого:  $y = -\frac{3}{2}x + 17$ .

Ответ:  $3x + 2y - 34 = 0$ .

#### Для самостоятельного решения:

Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(5;1)$  под углом  $45^\circ$  к оси  $Ox$ .

Дана прямая  $2x + 5y - 1 = 0$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-1;3)$

Даны вершины треугольника  $A(-1;3)$ ;  $B(3;-2)$  и  $C(5;3)$ . Составить уравнение высоты, опущенной из вершины  $A$  на сторону  $BC$  параллельно данной прямой.

Даны вершины треугольника:  $A(3;0)$ ,  $B(-5;6)$  и  $C(-4;1)$ . Определить длину медианы, проведенной из вершины  $C$ .

Даны вершины треугольника:  $A(3;5)$ ,  $B(-3;3)$  и  $C(5;-8)$ . Определить длину медианы, проведенной из вершины  $C$ .

Найти угловые коэффициенты прямых и определить, какие из данных прямых перпендикулярны прямой  $2x - y + 3 = 0$  1)  $4x + 8y + 17 = 0$ ; 2)  $4x - 8y - 11 = 0$ ; 3)

$$y = -\frac{1}{2}x + 6; 4) y = -2x - 7 5) \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$$

Даны вершины треугольника  $A(3;0)$ ;  $B(-5;6)$  и  $C(-4;1)$ . Составить уравнение высоты, опущенной из вершины  $C$ .

Даны точки  $A(2;4)$  и  $B(-2;6)$ . Найти сумму координат середины отрезка  $AB$

Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3;3)$

#### Определители и матрицы

Пример. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  и число  $\alpha = 2$ . Найти

$A^T B + \alpha C$ .

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 1 + 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix};$$

$$\alpha C = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad A^T B + \alpha C = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Пример. Найти произведение матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  и  $B = (2 \ 4 \ 1)$ .

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (2 \ 4 \ 1) = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 & 1 \cdot 4 & 1 \cdot 1 \\ 4 \cdot 2 & 4 \cdot 4 & 4 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 4 & 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 8 & 16 & 4 \\ 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$BA = (2 \ 4 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 3 = 2 + 16 + 3 = 21.$$

Пример. Вычислить определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-2 \cdot 1 - 1 \cdot 3) - 2(0 \cdot 1 - 3 \cdot 3) + (0 \cdot 1 + 3 \cdot 2) =$$

$$= -5 + 18 + 6 = 19.$$

Пример. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ , найти обратную  $A^{-1}$ .

$$\det A = 4 - 6 = -2.$$

$$\begin{matrix} M_{11}=4; & M_{12}=3; & M_{21}=2; & M_{22}=1 \\ x_{11}=-2; & x_{12}=1; & x_{21}=3/2; & x_{22}=-1/2 \end{matrix}$$

Таким образом,  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$ .

Пример. Определить ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} = 11 - 10 = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Rg} A = 2$$

**Для самостоятельного решения:.**

Найти алгебраические дополнения элементов 3-го столбца матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Определить ранг матрицы.  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

Вычислить определитель, разложив его по элементам 2-й строки

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Найти произведение матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Упростить и вычислить определитель

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

Определить ранг матрицы.  $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

Определить ранг матрицы.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \sim$

Найти матрицу, обратную данной  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Найти матрицу  $C=AB^T$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix},$

Вычислить  $A^2$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

Вычислить матрицу  $D=ABC$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0 \ 5)$$

Упростить и вычислить определитель

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

### Решение систем линейных уравнений

Пример. Найти решение системы уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5(4 - 9) + (2 - 12) - (3 - 8) = -25 - 10 + 5 = -30;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (28 - 48) - (42 - 32) = -20 - 10 = -30.$$

$$x_1 = \Delta_1 / \Delta = 1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix} = 5(28 - 48) - (16 - 56) = -100 + 40 = -60.$$

$$x_2 = \Delta_2 / \Delta = 2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 5(32 - 42) + (16 - 56) = -50 - 40 = -90.$$

$$x_3 = \Delta_3 / \Delta = 3.$$

Пример. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу системы.

$$A^* = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & 3 & -3 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 15 & -22 & 31 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Таким образом, исходная система может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 5x_2 - 7x_3 = 11 \\ -x_3 = -2 \end{cases}, \text{ откуда получаем: } x_3 = 2; x_2 = 5; x_1 = 1.$$

**Для самостоятельного решения:**

Решить системы методом Гаусса и по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

### Векторы

Пример. Найти  $(5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

$$10\vec{a} \cdot \vec{a} - 5\vec{a} \cdot \vec{b} + 6\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b} \cdot \vec{b} = 10|\vec{a}|^2 - 3|\vec{b}|^2 = 40 - 27 = 13,$$

$$\text{т.к. } \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 = 4, \quad \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2 = 9, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0.$$

Пример. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Т.е.  $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{b} = (6, 4, -2)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 + 8 - 6 = 8:$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}; \quad |\vec{b}| = \sqrt{36+16+4} = \sqrt{56}.$$

$$\cos \varphi = \frac{8}{\sqrt{14}\sqrt{56}} = \frac{8}{2\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}; \quad \varphi = \arccos \frac{2}{7}.$$

Пример. Найти скалярное произведение векторов  $2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c}$  и  $5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}$ , если  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 3$ ,  $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge \vec{c} = \vec{b} \wedge \vec{c} = \frac{\pi}{3}$ .

$$(2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c})(5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}) = 10\vec{a} \cdot \vec{a} + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 14\vec{a} \cdot \vec{c} + 15\vec{a} \cdot \vec{b} + 18\vec{b} \cdot \vec{b} + 21\vec{b} \cdot \vec{c} +$$

$$+ 20\vec{c} \cdot \vec{a} + 24\vec{b} \cdot \vec{c} + 28\vec{c} \cdot \vec{c} = 10\vec{a} \cdot \vec{a} + 27\vec{a} \cdot \vec{b} + 34\vec{a} \cdot \vec{c} + 45\vec{b} \cdot \vec{c} + 18\vec{b} \cdot \vec{b} + 28\vec{c} \cdot \vec{c} = 10 +$$

$$+ 27 + 51 + 135 + 72 + 252 = 547.$$

Пример. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .

$$\vec{a} = (2, 5, 1); \quad \vec{b} = (1, 2, -3)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -17\vec{i} + 7\vec{j} - \vec{k}.$$

**Пример.** Доказать, что векторы  $\vec{a} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k}$  и  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  компланарны.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -7 & 8 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}, \text{ т.к. векторы линейно зависимы, то они компланарны.}$$

**Пример.** Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} + 3\vec{b}$ ;  $3\vec{a} + \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ;  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 30^\circ$ .

$$(\vec{a} + 3\vec{b}) \times (3\vec{a} + \vec{b}) = 3\vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b} + 9\vec{b} \times \vec{a} + 3\vec{b} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} + 9\vec{b} \times \vec{a} = 8\vec{b} \times \vec{a}$$

$$S = 8|\vec{b}||\vec{a}|\sin 30^\circ = 4 \text{ (ед}^2\text{)}.$$

**Для самостоятельного решения:**

Найти длину вектора  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Даны векторы  $\vec{a} = (-3; 4; 1)$  и  $\vec{b} = (1; 1; 1)$ . Найти скалярное произведение векторов

Даны векторы  $\vec{a} = (-2; 3; 4)$  и  $\vec{b} = (1; 1; 0)$ . Найти векторное произведение векторов

Доказать, что векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$  и  $\vec{c} = -3\vec{i} + 12\vec{j} + 6\vec{k}$  компланарны.

Вычислить площадь треугольника с вершинами A(7, 3, 4), B(1, 0, 6), C(4, 5, -2).

Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$

Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ .

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### а) Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450038>
2. Минорский Василий Павлович  
Сборник задач по высшей математике, учебное пособие Физико-матем.лит-ры, 2010
3. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий: учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 110 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08428-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451426>
4. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 340 с. — (Высшее образование)



- образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450619>
5. Высшая математика для экономистов. Под ред. Кремера Н.Ш. ЮНИТИ-ДАНА. 2010
- б) Дополнительная литература**
6. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456440>
7. Письменный, Дмитрий Трофимович  
Конспект лекций по высшей математике. В 2-х ч. Айрис-пресс, 2011

**в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

«Галактика»	№31907480031 от 25.02.2018г.(бессрочно)
BricsCAD	BricysNV, 30.09.2020г до 30.09.2021г
Электронная библиотека диссертации и авторефератов РГБ(ЭБД РГБ)	<a href="https://dvs.rsl.ru">https://dvs.rsl.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
ЭБС"Университетская библиотека ONLINE"	<a href="https://biblioclub.ru">https://biblioclub.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru»	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
Универсальная баз данных EastView	<a href="https://dlib.eastview.com">https://dlib.eastview.com</a> Логин: Khetagurov; Пароль: Khetagurov
ЭБС «Консультант студента» Студенческая электронная библиотека по медицинскому и фармацевтическому образованию, а также по естественным и точным наукам в целом.	<a href="http://www.studentlibrary.ru">http://www.studentlibrary.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
ЭБС «Юрайт» - образовательная среда, включающая виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по всем направлениям и специальностям	<a href="http://www.biblio-online.ru">www.biblio-online.ru</a> Требуется регистрация в библиотеке СОГУ
CiscoWebex - Система проведения вебинаров.	ООО Айстек договор № Д83-2020 от 10.08.2020 - 10.08.2021г
DIRECTUMRX – Система электронного документооборота	ООО Галактика ИТ договор № 120320/Д/А от 16.03.2020

**Состав лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

№ п/п	Наименование	№ договора (лицензия)
-------	--------------	-----------------------

1.	Windows 7 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.
2.	OfficeStandard 2016	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.
3.	Антивирусное программное обеспечение KasperksyTotalSecurity	№17Е0-180222-130819-587-185 от 26.02.2018 до 14.03.2019 г, продлена до 21 г.
4.	Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»	№795 от 26.12.2018 (действителен до 30.12.2019 г) с ЗАО «Анти-Плагиат» продлена до 21 г.

## 10. Материально-техническое оснащение дисциплины

Проведение лекционных и семинарских занятий по дисциплине осуществляется в следующих аудиториях:

<p><b>Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа:</b> преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, демонстрационное оборудование - мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение: Windows 8.1 Professional; OfficeStandard 2010; Антивирусное программное обеспечение KasperksyTotalSecurity; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; КонсультантПлюс; Гарант; Moodle, CiscoWebex; учебно-наглядные пособия</p>
<p><b>Учебные аудитории для занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации:</b> преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение: Windows 8.1 Professional; OfficeStandard 2010; Антивирусное программное обеспечение KasperksySecurityCloud; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; Консультант плюс; Гарант; Moodle, CiscoWebex;</p>
<p><b>Лаборатория - компьютерный класс для текущего контроля (тестирование):</b> преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение: Windows7.1 Professional; OfficeStandard 2016; WinRar; MicrosoftVisio; MicrosoftVisualstudio; KasperskySecurityCloud; КонсультантПлюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ», Moodle, CiscoWebex</p>
<p><b>Помещения для самостоятельной работы:</b> - компьютерные классы с доступом к ресурсам сети Интернет: преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение: Windows7.1 Professional; OfficeStandard 2016; WinRar; MicrosoftVisio; MicrosoftVisualstudio; KasperskySecurityCloud; КонсультантПлюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ», Moodle, CiscoWebex - библиотека, в том числе читальный зал: столы, стулья, компьютеры (в т.ч. с выходом в интернет, доступом в ЭИОС), программное обеспечение: Adobe flashplayer 31; Adobe reader 10; Java 6.0; K-LiteCodecPack; Winrar; MicrosoftOffice 10; MicrosoftVisio 10; MicrosoftVisualstudio; Консультант плюс. Moodle, CiscoWebex, учебные и научные фонды библиотеки СОГУ, доступ к электронным библиотечным ресурсам: ЭБС "Университетская библиотека Online" <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> Электронная библиотека диссертаций РГБ (ЭБД РГБ) <a href="https://dvs.rsl.ru">https://dvs.rsl.ru</a> Электронная библиотека «Консультант студента» <a href="http://www.studmedlib.ru/">http://www.studmedlib.ru/</a> Научная электронная библиотека eLibrary.ru <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a></p>

База данных «ЭБС elibrary»<http://elibrary.ru>  
Электронная библиотека «Юрайт»<http://biblio-online.ru>