

Согласовано
Советом факультета математики и
компьютерных наук
наименование структурного подразделения

(протокол от «19» октября 2020г. № 2/20-21)

Утверждаю
Председатель приемной комиссии
ФГБОУ ВО «СОГУ»

« 19 » октября 2020 г.
А.У. Огоев
г.



ПРОГРАММА
вступительных испытаний при приеме на обучение по образовательным программам подготовки
научно-педагогических кадров в аспирантуре
в 2021 году

Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика
направленность программы
Математическая логика, алгебра, теория чисел

Составитель: Койбаев В.А.
д.ф.-м. наук, профессор кафедры
алгебры и анализа

1. СОДЕРЖАНИЕ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

1.1. Программа вступительного экзамена

1. Непрерывность функции одной переменной. Свойства функции, непрерывной на отрезке.
2. Дифференцируемость функций одной переменной. Производная и дифференциал. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования.
3. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Полный дифференциал.
4. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции.
5. Понятие метрического пространства, полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.
6. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье, сходимость рядов Фурье.
7. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
8. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные.
9. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
10. Элементарные функции комплексного переменного и задаваемые ими конформные отображения. Дробно-линейные преобразования.
11. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Аналитическое продолжение.
12. Ряд Лорана. Вычеты и их приложения.
13. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
14. Линейные пространства, их подпространства. Базис и размерность векторного пространства.
15. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
16. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
17. Линейные отображения и преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.
18. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональные преобразования, приведение квадратичной формы к главным осям ортогональным преобразованием.

19. Аффинная и метрическая классификации кривых и поверхностей второго порядка.
20. Линии в евклидовом пространстве. Сопровождающий трехгранник кривой.
21. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.
22. Понятие топологического пространства и топологического многообразия.
23. Плоскости в n -мерном аффинном пространстве. Способы задания. Взаимное расположение.
24. Формулы логики высказываний. Совершенная конъюнктивная и дизъюнктивная нормальные формы.
25. Сравнения. Основные свойства. Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.
26. Алгебраические элементы над полем. Строение простого алгебраического расширения.
27. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
28. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы.
29. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель, фактор-группа. Теорема о гомоморфизме групп.

1.2. Вопросы вступительного экзамена.

1. Вещественные функции вещественного аргумента. Два определения предела функции (по Коши, по Гейне) и их эквивалентность, единственность предела.
2. Арифметические свойства предела функций, непрерывность на отрезке: Критерий Коши существования предела функции.
3. Свойства функций, непрерывных на отрезке: о промежуточных значениях, ограниченность, вторая теорема Вейерштрасса.
4. Существование и непрерывность обратной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции.
5. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
6. Вещественная функция нескольких переменных. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал и частные производные, их геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости.
7. Интегральные суммы Римана и два определения определенного интеграла (стандартное и через последовательности). Ограниченность функций, интегрируемых по Риману.
8. Суммы Дарбу и критерий Дарбу интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
9. Интеграл как функция от его верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Числовые ряды. Сходимость. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости: Даламбера и интегральный.
11. Условная и абсолютная сходимость числовых рядов. Признак Лейбница.

12. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
13. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
14. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. О равномерной сходимости, дифференцируемости и интегрируемости степенных рядов.
15. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных функций в степенные ряды.
16. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их вычисление.
17. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
18. Тригонометрическая ортонормированная система функций и ее замкнутость в пространстве кусочно-непрерывных функций.
19. Тригонометрические ряды Фурье. Сходимость по норме. Условия поточечной, равномерной и абсолютной сходимости тригонометрических рядов Фурье.
20. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.
21. Уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости.
22. Расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
23. Канонические уравнения эллипса, параболы, гиперболы.
24. Приведение многочлена второго порядка от двух переменных к каноническому виду. Виды линий второго порядка.
25. Алгебраические поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
26. Приведение многочлена второго порядка от трех переменных к каноническому виду (без доказательства). Виды поверхностей второго порядка.
27. Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений.
28. Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица. Норма линейного оператора.
29. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Ортогональные матрицы и их свойства.
30. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы.
31. Теорема существования решения дифференциального уравнения первого порядка.
32. Теорема о единственности решения.
33. Система линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
34. Решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами.
35. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем.
36. Теоремы об устойчивости на основе функций Ляпунова.

37. Устойчивость по линейному приближению.
38. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол.
39. Методы Ньютона и секущих для решений нелинейных уравнений.
40. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
41. Системы линейных уравнений. Эквивалентность линейных систем. Приведение к ступенчатому виду.
42. Критерий совместности линейной системы (теорема Кронекера-Капелли).
Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
43. Определители небольших порядков. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности
44. Перестановки. Стандартная запись. Структура перестановки. Знак перестановки.
45. Векторные пространства строк и столбцов. Основные определения. Линейные комбинации, оболочка, зависимость. Базис. Размерность.
46. Ранг матрицы. Возвращение к уравнениям. Критерий совместности.
47. Линейные отображения. Действия с матрицами.
48. Определители: построение и основные свойства.
49. Разложение определителя по элементам столбца или строки. Определители специальных матриц.
50. Критерий невырожденности матрицы. Формулы Крамера.
51. Множества с алгебраическими операциями. Бинарные операции.
52. Группы. Определение и примеры. Циклические группы.
53. Изоморфизмы. Гомоморфизмы.
54. Определение и общие свойства колец. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизмы колец.
55. Характеристика поля.

Образец билета для экзамена

БИЛЕТ N

1. Линейные пространства, их подпространства
2. Теорема о гомоморфизме
3. Фактор-кольцо

2. ПРОЦЕДУРА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

2.1. Состав комиссии по приему вступительного экзамена

В состав комиссии по приему вступительного экзамена входят:

1. Председатель комиссии – доктор физико-математических наук, профессор

Койбаев В. А.

2. Бичегкуев М. С. – доктор физико-математических наук, профессор.
3. Кусраев А. Г. - доктор физико-математических наук, профессор.
4. Кулаев Р.Ч. – доктор физико – математических наук, доцент.

2.2. Условия допуска к сдаче вступительного экзамена

Допуск к экзамену осуществляется на основании письменного заявления и соответствующих документов, представленных в отдел аспирантуры.

2.3. Структура и формы проведения вступительного экзамена.

Экзамен проводится письменно и включает в себя три задания.

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Ответ оценивается на «отлично», если поступающий:

- 1. Полностью ответил на поставленные вопросы и привел подробные доказательства излагаемых утверждений и теорем**
2. Ответил на 3 дополнительных вопроса, поставленные комиссией.

Ответ оценивается на «хорошо», если поступающий:

- 1. Полностью ответил на поставленные вопросы, однако привел не полные доказательства излагаемых утверждений и теорем**
2. Ответил на 2 (из трех) дополнительных вопросы, поставленные комиссией.
3. Может приводить примеры из рассматриваемой области.

Ответ оценивается на «удовлетворительно», если поступающий:

- 1. Изложил подробные определения и утверждения, поставленные в вопросах, однако не справился с требуемыми доказательствами теорем и утверждений.**
2. Ответил на 1 (из трех) дополнительный вопрос, поставленный комиссией.
3. Плохо разбирается в примерах из рассматриваемой области.

Ответ оценивается «неудовлетворительно», если аспирант (соискатель):

- 1. Не смог изложить подробные определения и утверждения, поставленные в вопросах, не справился с требуемыми доказательствами теорем и утверждений.**

2. Не ответил на дополнительные вопросы, поставленные комиссией
3. Не смог привести примеры из рассматриваемой области

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Литература

Основная

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 17-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 432 с
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.1-3 М., МЦМНО, 2009.
3. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал Пресс, 2001.
4. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия Ч. 1 и 2. М., 1986, 1987.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1-3. М. 2003.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Физматлит. Ч.1 - 2005, 7-е изд., 648с.; Ч.2 - 2002, 4-е изд., 464с.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 2004. 496с.
8. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1976. 320 с.
9. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., 2002. 695 с.
10. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982, 448 с.
11. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. - М., Физматлит, 2001. -464 с.
12. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, Изд.7 2009. 240 с.

Дополнительная

1. Серр Ж.П. Курс арифметики - Монография М., Мир, 1972, 183 с.
2. . Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел - М., Мир, 1974, 188 с.
3. Коблиц Н. Теория чисел и криптография. - М., Изд-во ТВП, 2001, 261с.
4. Койбаев В.А. Подгруппы группы $GL(2, k)$, содержащие нерасщепимый тор. - Владикавказ, 2009, 182 с.

Электронный ресурс

1. Проскуряков И.В.

http://crydee.sai.msu.ru/~vab/Sci_library/calculus/CD_algebra.contents/Proskur.htm

2. Фаддеев, Соминский И.С. <http://lib.convdocs.org/docs/index-47661.html>
3. Беклемишев Д.В.
4. http://www.zipsites.ru/me/matematika_estestv_nauki/Beklemishev_D_V_Kurs_analiticheskoy_geometrii_i_lineynoy_alg/
5. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А.
<http://www.twirpx.com/file/81382/>

5. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

- Аудитория, кабинет, оснащённый компьютером, экраном, проектором;
- Компьютерный класс с Интернет-ресурсами;

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

- Организация консультаций для поступающих заведующим кафедрами
- Организация самостоятельной работы поступающих
- Перечень заданий для самостоятельной работы