

*Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет
имени Коста Левановича Хетагурова»*



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: "Математическое моделирование и вычислительная математика"

Форма обучения – очная

Владикавказ, 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, Профиль: "Математическое моделирование и вычислительная математика", утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.03.2015 г. № 228, учебным планом подготовки бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 27.04.2017 г. № 11.

Составитель: доцент, к.ф.-м.н. Доев Ф.Х.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии (протокол № 8 от 28.03.2017)

Одобрена советом факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 31.03.2017)

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачётных единиц. (288 час.).

	Очная Форма обучения
Курс	3
Семестр	5/6
Лекции	36/34
Практические занятия	36/34
Лабораторные занятия	-
Консультации	-/+
Итого аудиторных занятий	72/68
Самостоятельная работа	18/85
Курсовая работа	-
Зачет	+/-
Экзамен	-/45
Общее количество часов	288 час.

2. Цели освоения дисциплины

Формирование у студентов понятий, знаний и компетенций, позволяющих строить и анализировать модели систем реального мира с помощью вероятностно-статистических методов.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам Блок 1. Дисциплины (модули). Базовая часть. Б1.Б.16.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

математический анализ, алгебра и геометрия, дифференциальные и интегральные уравнения, теория функций комплексного переменного, дискретная математика, функциональный анализ.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин: основы теории управления, методы оптимизации, теория случайных процессов.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

ОПК-1 -способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

ОПК-4 -способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности;

ПК-1 -способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям;

ПК-5 -способность осуществлять целенаправленный поиск информации о

новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка	Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Основные понятия теории вероятностей; случайные величины и их распределения; основные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики; случайные вектора, понятие независимости случайных величин, условные распределения; распределение функций от случайных величин; законы больших чисел; центральную предельную теорему; основные понятия математической статистики; теорию оценивания; построение критериев для проверки гипотез	применять изученные методы решения типовых и практических задач с использованием аппарата теории вероятностей и математической статистики; - пользоваться расчетными формулами, теоремами, таблицами при решении вероятностных и статистических задач;	навыками применения вероятностных и статистических методов для решения различных прикладных задач; навыками построения и исследования статистических критериев для решения прикладных задач с помощью различных статистических программ.
ОПК-4	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической	- основные понятия теории вероятностей; - случайные величины и их распределения;	применять полученные методы и модели к решению типовых и	навыками построения и исследования статистических критериев для решения

	культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	- основные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики	практических задач с использованием аппарата теории вероятностей и математической статистики; пользоваться расчетными формулами, теоремами, таблицами при решении вероятностных и статистических задач; применять статистические методы для обработки результатов измерений, строить критерии для проверки гипотез	прикладных задач с помощью различных статистических программ.
ПК-1	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	случайные вектора, понятие независимости случайных величин, условные распределения; распределение функций от случайных величин; законы больших чисел; центральная предельная теорема основные понятия математической статистики; теорию оценивания;	логически корректно точно сформулировать условие задач, анализировать полученные научные результаты	способностью строго доказывать утверждения, делать выводы из полученных результатов
ПК-5	способностью	основные методы	выбирать	- методами и

	осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках	решения вероятностных задач, основанные на теоретическом и практическом опыте	оптимальное решение вероятностных задач с помощью алгебраических методов	средствами теории вероятностей и математической статистики - методическими аспектами преподавания теории вероятностей и математической статистики в школе
--	--	---	--	---

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Но мер нед ели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контрол я	Количество о баллов		Лите ратур а
		л	пр	Содержание	Час ы		min	max	
5 семестр									
1-2	Случайные события. Операции над событиями. Аксиомы теории вероятностей. Вероятностное пространство. Свойство вероятностей. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности.	4	6			Конспек т, вопросы в рубежно й контрол ьной	0	12	[7] [1]
3	Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса. Независимость случайных событий.	2	4				0	10	[7] [1]
4-5	Схема испытаний Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.	4	4				0	10	[7] [1]
6-8	Случайные величины и их распределения. Классификация случайных величин. Независимость случайных величин. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Смешанные моменты случайных величин. Формулы композиции.	6	6				0	10	[7] [1]
9	Условные распределения. Условное математическое ожидание.	2		Нормальный закон распределени я на плоскости	6		0	10	[7] [1]
10	Многомерные распределения	2	2				0	10	[7]
11-12	Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия и их свойства.	4	4	Гамма-распределени е. Правило трех сигм, правило двух сигм. Логарифмиче ски нормальное распределени е	6		9	10	[1] [7]
13-14	Характеристические функции. Формулы обращения. Теорема непрерывности. Центральная предельная теорема.	4	4	Функция случайного аргумента. Формулы композиции.	6		0	10	[8] [1]
15-16	Различные виды сходимости. Сравнение видов сходимости.	2	2				0	10	[7] [8]
17-18	Лемма Бореля-Кантелли. Усиленный закон больших чисел.	2	2				0	4	[8] [1]
19	Смешанные моменты случайных величин. Уравнение линейной регрессии	2					0	4	[8] [1]
	итого	36	36		18		0	100	

6 семестр									
1-2	Статистическая модель. Элементы выборочной теории. Наглядное представление статистических данных	4	4				0	10	[8] [1]
3-5	Статистические оценки. Методы точечного оценивания.	6	6	Метод моментов для точечной оценки параметров распределения	12		0	20	[8] [1]
6-8	Доверительное оценивание. Доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормально распределенной случайной величины.	6	6	Метод наибольшего правдоподобия.	12		0	20	[8] [1]
9-11	Статистические гипотезы. Критерий проверки гипотезы.	6	6	Сравнение дисперсий нормальных распределений.	16		0	20	[8] [1]
12-13	Статистические гипотезы. Критерий проверки гипотезы.	4	4	Методика вычисления теоретических частот нормального распределения	16		0	10	[8] [1]
14-15	Элементы метода Монте-Карло.	4	4	Метод обратных функций. Метод суперпозиции	16		0	10	[7]
16-17	Цепи Маркова	4	4	Однородная цепь. Равенство Маркова	13		0	10	[8]
	Итого	34	34		85		0	100	

Примечания:

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

6. Образовательные технологии

а) Аудиторные занятия:

Лекционные и практические занятия. На практических занятиях контроль осуществляется при решении задач у доски и проверке домашних заданий. На лекциях предусмотрены устные ответы на вопросы преподавателя, письменные экспресс-ответы на контрольные

вопросы. Для показа графиков функций, формы кривых и поверхностей используется мультимедийные средства обучения (презентации, видео-лекции).

Активные и интерактивные формы: семинары в диалоговом режиме; обсуждение решения задач в группе.

б) Внеаудиторные занятия:

Выполнение самостоятельных заданий разного типа и уровня сложности; подготовка к аудиторным занятиям; подготовка к контрольным работам; чтение литературы, проработка лекций; решение задач.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО при реализации различных видов учебной работы в процессе изучения дисциплины «Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы» предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- работа в малых группах по темам, изучаемым на практических занятиях.

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относятся: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных

(аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

Рубежный контроль осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

1. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры. Какова вероятность того, что он с первого раза наберет правильно, если он помнит, что они различны?
2. «Домино». Из полного набора 28 костей домино последовательно наудачу извлекаются 2 кости. Найти вероятность того, что вторую кость можно приставить к первой, если первая кость – дубль.
3. Вероятность попадания в цель первый стрелком равна 0,8, вторым 0,7. Стрелки делают по одному выстрелу по цели одновременно. Определить вероятность того, что цель будет поражена, если стрелки стреляют независимо друг от друга.
4. Имеется три одинаковые урны. В первой 2 белых и 1 черный шар; во второй – 3 белых и 1 черный; в третьей – 2 белых и 2 черных шара. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из наудачу выбранной урны, окажется белым.
5. В партии 40 изделий, из которых 10 бракованных. Случайным образом отобрано 4 изделия. Найти вероятность того, что среди них 1 изделие браковано.
6. Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна 0,1. Найти вероятность того, что событие A появится хотя бы 2 раза.
7. Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не менее двух раз.

Контрольная работа №2

1. Задана дискретная случайная величина законом распределения: $\begin{matrix} X & 1 & 2 \\ p & 0,6 & 0,4 \end{matrix}$. Вычислить $M(X), D(X), \sigma(x)$.
2. Написать дифференциальную и интегральную функции показательного распределения, если параметр $\lambda = 6$, построить их графики. Найти $M(x), D(x), \sigma(x)$.
3. Имеются две случайные величины X и Y . Известно, что $\sigma_x = 5, \sigma_y = 4, \rho(X, Y) = -0.9$. Найти, чему равно σ_z , где $Z = X - 2Y + 1$.
4. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента равна 0,2. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом (математическим ожиданием) отказов окажется не меньше трех.

5. Дана функция распределения $f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \left[-\frac{\pi}{6}; 0\right] \\ -3 \sin 3x, & x \in \left[-\frac{\pi}{6}; 0\right] \end{cases}$ Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение из промежутка $\left[-\frac{\pi}{12}; 0\right]$.
6. Дискретные независимые случайные величины заданы распределениями:
 X 1 2 4 и Y 1 3 4
 p 0,4 0,5 0,1 и p 0,2 0,2 0,6. Найти $D(X+Y)$ и доказать, что $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$, составив закон распределения $X+Y$.
7. Дискретная случайная величина X имеет два возможных значения x_1 и x_2 , $x_2 > x_1$. $p(x_1)=0,6$. Найти закон распределения X , если $M(X)=1,4$, $D(X)=0,24$.

Контрольная работа №3

1. Найти выборочное среднее статистического распределения
- | | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
| n_i | 2 | 3 | 3 | 2 |
2. Чему равно значение эмпирической функции распределения $F^*(0,5)$, построенной по статистическому распределению
- | | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
| n_i | 2 | 3 | 3 | 2 |
3. Вычислить выборочную дисперсию по статистическому распределению выборки
- | | | | |
|-------|---|---|---|
| x_i | 1 | 2 | 3 |
| n_i | 3 | 5 | 2 |
4. Вычислить несмещенную оценку дисперсии по статистическому распределению выборки, округлив ее до сотых
- | | | | |
|-------|---|---|---|
| x_i | 1 | 2 | 3 |
| n_i | 3 | 5 | 2 |

Контрольная работа №4

1. Найти оценку методом моментов математического ожидания по выборке
- | | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
| n_i | 2 | 3 | 3 | 2 |
2. Чему равна несмещенная оценка математического ожидания генеральной совокупности, из которой извлечена выборка
- | | | | | |
|-------|----|---|---|---|
| x_i | -2 | 0 | 2 | 3 |
| n_i | 1 | 4 | 4 | 1 |
3. Найти значение эмпирической функции распределения $F^*(0,5)$, построенной по статистическому распределению
- | | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 |
| n_i | 2 | 3 | 3 | 2 |

4. Найти значение эмпирической функции распределения $F^*(0)$, построенной по статистическому распределению

x_i	-1	2	3	4
n_i	3	2	3	2

5. Вычислить несмещенную оценку дисперсии по статистическому распределению выборки, округлив ее до целых

x_i	1	2	3
n_i	3	5	2

Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	60–70%	Менее 60%
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение занятий (max 8 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительн о выполняет задания преподавателя.
		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 2б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированнос ти. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированнос ти. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительн ое владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированнос ти. Удовлетворительн ый стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворитель ное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированнос ти. Неудовлетворитель ный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольна я работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирова н высокий уровень владения материалом. Проявлены	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирова	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирова н удовлетворительн	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительн ый уровень владения материалом.

		превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	н хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	ый уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
3. Итоговый контроль по дисциплине					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

Вопросы к зачету (5 семестр)

1. Вероятностное пространство
2. А и В некоторые события. Доказать равенство $A \setminus B = AB$.
3. Системы аксиом.
4. А и В некоторые события. Доказать равенство $AC \setminus B = (A \setminus B)C$.
5. Условные вероятности.
6. А и В некоторые события. Доказать равенство $A \cup B = AB \cup (A \Delta B)$.
7. Схема Бернулли. Теорема Пуассона.
8. Точка А равномерно распределена в прямоугольнике $\{(x,y); 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ ($0 < a < b$). Найти вероятность того, что абсцисса А меньше ординаты.
9. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
10. Из множества $\{1, 2, \dots, 30\}$ выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 2 из них делятся на 3.
11. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
12. Случайные величины в конечном пространстве.
13. Из множества $\{1, 2, \dots, 30\}$ выбирают пять различных чисел. Найти вероятность того, что три из них четные.

14. Из множества $\{1, 2, \dots, 30\}$ выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 2 из них кратны 4
15. Независимость случайных величин.
16. Закон больших чисел.
17. Многомерные распределения.
18. Точка A равномерно распределена в прямоугольнике $\{(x,y); 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ ($0 < a < b$). Найти вероятность того, что абсцисса A больше ординаты.
19. Точка A равномерно распределена в единичном квадрате. Найти вероятность того, что абсцисса A больше $1/3$ и меньше ординаты
20. Из множества $\{1, 2, \dots, 30\}$ выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 4 из них четные и кратны 3.
21. Из множества $\{1, 2, \dots, 30\}$ выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 3 из них нечетные и кратны 5
22. Из колоды карт в 36 листов случайно извлекли 5 карт. Найти вероятность того, что среди них 2 пиковые.
23. Из колоды карт в 36 листов случайно извлекли 5 карт. Найти вероятность того, что среди них 2 пиковые и 2 бубновые.
24. Из урны, в которой 3 красных и 2 синих шаров, удалили один шар неизвестного цвета. Затем из нее извлекли один шар. Найти вероятность того, что он красный.
25. Из урны, в которой 3 красных и 2 синих шаров, удалили один шар неизвестного цвета. Затем из нее извлекли один шар. Найти вероятность того, что он синий.
26. В первой урне 2 красных и 1 синий шар. Во второй 3 красных и 1 синий. Из первой во вторую урну переложили один шар. Затем, из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что он красный.
27. В первой урне 2 красных и 1 синий шар. Во второй 3 красных и 1 синий. Из первой во вторую урну переложили один шар. Затем, из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что он синий.

Вопросы к экзамену (6 семестр)

1. Формулы композиции.
2. Условное математическое ожидание.
3. Общее определение математического ожидания.
4. Теорема о монотонной сходимости.
5. Теорема о мажорируемой сходимости.
6. Формулы вычисления математического ожидания.
7. Характеристические функции.
8. Центральная предельная теорема.
9. Лемма Бореля-Кантелли.
10. Различные виды сходимости.
11. Критерий конечности математического ожидания.
12. Теорема Колмогорова.
13. Случайная величина имеет равномерное распределение в промежутке $[0, 3]$. Вычислить вероятность того, что в трех независимых испытаниях случайная величина хотя бы один раз примет значение из $[0, 1]$.
14. Случайная величина имеет равномерное распределение в промежутке $[0, 3]$. Вычислить вероятность того, что в трех независимых испытаниях случайная величина не менее двух раз примет значение из $[0, 1]$.
15. Случайная величина X имеет равномерное распределение в $[0, 4]$. Найти плотность распределения X . Вычислить $D(X)$.
16. Случайная величина X имеет равномерное распределение в $[-1, 4]$. Найти плотность распределения X . Вычислить $D(X)$.

17. Случайная величина X имеет равномерное распределение в $[1, 5]$. Найти плотность распределения X . Вычислить $D(X)$.
18. Монету подбрасывают до выпадения герба. Составить закон распределения случайной величины X – числа подбрасываний. Вычислить $P(X \leq 2)$.

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут» (менее 60 баллов)	«Минимальный уровень» (60-70 баллов)	«Средний уровень» (71-85 баллов)	«Высокий уровень» (86-100 баллов)
<p><u>Компетенции не сформированы.</u></p> <p>Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>
Описание критериев оценивания			
<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала. - способность устанавливать и объяснять связь 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых

заданий; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; - отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	- недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; - умение решать практические задания, которые следует выполнить; - владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; - наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.	заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора; - умение решать практические задания; - свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
Оценка «неудовлетворительно» /не зачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Аркашов, Н.С. Теория вероятностей и случайные процессы : учебное пособие : [16+] / Н.С. Аркашов, А.П. Ковалевский ; Новосибирский государственный технический университет. – 2-е изд. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 238 с. : ил., табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL:

- <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576617> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3375-1. – Текст : электронный.
2. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукусуев. – 3-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр.: с. 433-434. – ISBN 978-5-394-03595-1. – Текст : электронный.
 3. Волощук, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: шпаргалка : [16+] / В.А. Волощук ; Научная книга. – 2-е изд. – Саратов : Научная книга, 2020. – 48 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578602> (дата обращения: 20.12.2020). – ISBN 978-5-9758-2004-4. – Текст : электронный.
 4. Гринь, А.Г. Цепи Маркова : учебное пособие : [16+] / А.Г. Гринь ; Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. – Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2019. – 42 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575788> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7779-2420-9. – Текст : электронный.
 5. Лихачев, А.В. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику : учебное пособие : [16+] / А.В. Лихачев ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 102 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=574816> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3903-6. – Текст : электронный.
 6. Мажуль, И.И. Введение в теорию вероятностей : учебное пособие : [16+] / И.И. Мажуль ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 204 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=574841> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3384-3. – Текст : электронный.
 7. Теория вероятностей : случайные события: учебно-методическое пособие для СПО и бакалавриата : [12+] / сост. О.В. Авдеева, А.Ю. Белянина, О.И. Микрюкова, Л.Ю. Чекулаева. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 87 с. : ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=577289> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4499-0745-5. – DOI 10.23681/577289. – Текст : электронный.
 8. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике , математическому программированию : учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – 8-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2017. – 432 с. : табл., граф. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450779> (дата обращения: 20.12.2020). – ISBN 978-5-394-01943-2. – Текст : электронный.
 9. Шведов, А.С. Теория вероятностей и математическая статистика: промежуточный уровень / А.С. Шведов. – Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2017. – 281 с. – (Учебники Высшей школы экономики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=486562> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр.: с. 275-276. – ISBN 978-5-7598-1301-9 (в пер.). – Текст : электронный.
 10. Шоренко, И.Н. Основы теории массового обслуживания : учебно-методическое пособие / И.Н. Шоренко ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный аграрный университет,

Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный аграрный университет (СПбГАУ), 2018. – 53 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495120> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – Текст : электронный.

б) Дополнительная литература:

11. Белько И. В. Теория вероятностей и математическая статистика: примеры и задачи, учеб. пособ. Минск.: Новое Знание, 2007.- 251 с.
2 экз.
12. Боровков А.А. Теория вероятностей: Учебное пособие для студ. мат. и физ. спец. вузов. М.: Наука, 1986.- 432 с. 6 экз.
13. Бочаров П.П. Теория вероятностей: Математическая статистика.- М.: Гвардика, 1998.- 328 с. 1 экз.
14. Булдык Г.М. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для ВУЗов.- Минск: Высшая школа, 2002.- 448 с. 30 экз.
15. Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2002.- 448 с.
16. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для студентов вузов. М.: Высшая школа, 2002.- 575 с.
1 экз.
17. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. М.: Юрайт, 2009.- 479 с.
18. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебник для вузов. М.:Юрайт, 2011.- 404 с.
19. Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей: учебное пособие. СПб; М.; Краснодар: Лань.ю 2010.- 288 с.
20. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов. М., Юрайт, 2019, 538 с.
Ковбаса С.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. Пособие для экономистов.- СПб: Альфа, 2001.- 192 с. 1 экз.
21. Кожевников Ю.В. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: Машиностроение, 2002.- 260 с. 2 экз.
22. Солодовников А.С. Теория вероятностей: Учеб. Пособие для студ. педагогич. вузов по спец. Математика.- М.: Вербум, 1999.- 208 с. 1 экз.
23. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами.- М.: Физматлит, 2002.- 224 с. 1 экз.
24. Севастьянов Б.А. , Чистяков В.П., Зубков А.М., Сборник задач по теории вероятностей. - М.: Наука, 1989
25. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, М.: Мир, 1984, т.1, 2.
26. Прохоров А.В. и др. Задачи по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. – М.:Наука, 1986.
27. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1976.

в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:

– eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.

– База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>

– Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.

- Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

10. Материально-техническое оснащение дисциплины:

Компьютерный класс, доступ к сети Интернет (во время самостоятельной работы), оргтехника, электронная база данных библиотеки СОГУ, лекционные аудитории; кабинет, оснащенный интерактивной доской, проектором.

11. Лист обновления/актуализации

Программа актуализирована.

Внесенные изменения и дополнения утверждены на заседании кафедры алгебры и геометрии. Протокол заседания кафедры от № 8 от 28.03.2017 г.