

*Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет
имени Коста Левановича Хетагурова»*



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Выпуклый анализ»**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: «Математическое моделирование и вычислительная математика»

Форма обучения – очная

Владикавказ, 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.03.2015 г. № 228, учебным планом подготовки бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль: «Математическое моделирование и вычислительная математика», утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 27.04.2017 г. № 11.

Составители: д.ф.-м.н., профессор Кусраев А.Г., к.ф.-м.н., доцент Басаева Е.К.

Рабочая программа

обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа (протокол № 7 от 27.03.2017г.)

одобрена советом факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 31.03.2017 г.)

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачётных единиц (252 ч.).

	Всего	I семестр	II семестр
Курс	3	3	3
Семестр	5, 6	5	6
Лекции	52ч	36 ч.	16 ч.
Практические (семинарские) занятия	86ч	36 ч.	50 ч.
Лабораторные занятия			
Консультации		+	
Итого аудиторных занятий	138 ч.	72 ч.	66 ч.
Самостоятельная работа	69 ч.	63 ч.	6 ч.
Курсовая работа			
Форма контроля			
экзамен	5 сем.	45	
Зачет	6 сем.		+
Общее количество часов	252 ч.	180 ч.	72 ч.

2. Цели освоения дисциплины

При исследовании самых разнообразных проблем прикладной математики и естествознания все более важную роль играют методы, связанные с понятием выпуклости. Так, например, математические построения, возникающие в современной экономической теории, требуют привлечения специфического аналитического аппарата, основанного на свойствах выпуклости. Поэтому в настоящее время выпуклым анализом интересуются не только математики, но и экономисты, инженеры и другие специалисты-прикладники.

Цель изучения дисциплины «Выпуклый анализ» – освоение основных методов выпуклого анализа, необходимых для изучения дисциплин общенаучного и профессионального циклов; развитие логического и алгоритмического мышления; повышение общей математической культуры; формирование навыков формализации моделей реальных процессов; анализа систем, процессов и явлений при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений; выработка исследовательских навыков и умений самостоятельного анализа прикладных задач.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Б1.В.05.01. Блок 1. Дисциплины (модули). Вариативная часть. Обязательная дисциплина.

Дисциплина обеспечивает поддержку целого ряда математических предметов таких как методы оптимизации, математическая экономика, некоторые математические модели экономики и др. Для освоения данной дисциплины необходимы знания, умения, навыки и компетенции, формируемые предшествующими дисциплинами «Алгебра и геометрия», «Математический анализ»:

Знания:

– основные определения, формулы и теоремы алгебры в рамках университетского курса алгебры, в частности, владение такими понятиями как: векторное пространство, линейный оператор, группа, кольцо, поле, матрицы и определители;

– основные определения, формулы и теоремы математического анализа в рамках университетского курса математического анализа, в частности, владение такими понятиями как: производная, дифференциал, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значение функции.

Умения:

– решать линейные системы уравнений и другие алгебраические задачи%

– вычислять производные и дифференциалы, исследовать функции и строить графики, решать гладкие экстремальные задачи.

Навыки:

- владеть методами решения алгебраических задач и уравнений;
- владеть различными методами решения задач математического анализа.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

ОПК-1 -способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

ПК-2 -способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка	Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	основные понятия и факты выпуклого анализа, входящие в программу курса	применять аппарат выпуклого анализа при решении теоретических и прикладных задач	навыками применения накопленных знаний для решения той или иной проблемы теоретической и прикладной математики
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	основы современной теории оптимизации; методы решения задач оптимизации	строить прикладные модели, сводящиеся к задачам оптимизации; выбирать адекватный метод решения задачи оптимизации	аппаратом выпуклого анализа и оптимизации на уровне, позволяющем формулировать, исследовать и решать прикладные задачи оптимизации

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Неделя №	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Кол-во бал- лов		литература
		л.	пр.	Содержание	Часы		min	max	
Семестр 5									
1	Элементы линейной алгебры. Векторное про- странство, кольцо, поле, группа.	2	2	Линейная независимость векто- ров, базис.	6	Устный опрос, доклад; решение задач	0	25	[7], [8]
2	Выпуклые множества. Определение. Свойства.	2	2	Линейные операторы.	6				[1]–[6], [9]–[11]
3-4	Выпуклая оболочка. Определение, свойства вы- пуклой оболочки.	4	4	Ядро, относительная внутрен- ность и замыкание.	6				
5	Выпуклый конус. Коническая оболочка. Кони- ческая комбинация. Теорема Каратеодори.	2	2						
6-7	Выпуклые функции. Теорема о выпуклом над- графике. Примеры выпуклых функций. Свойства выпуклых функций.	4	4	Непрерывность выпуклых функ- ций.	8				
8-9	Сублинейные функции. Определение, свойства. Функционал Минковского.	4	2	Полунепрерывные снизу функ- ции.	8				
9	Рубежный контроль		2			Контроль- ная работа	0	25	
10	Принцип продолжения. Продолжение линей- ного оператора. Теорема о продолжении линей- ного оператора. Теорема Хана – Банаха.	4		Упорядоченные множества. Лемма Цорна.	10	Устный опрос, доклад; решение задач	0	25	[1]-[6], [9]–[14]
11-13	Опорное множество. Определение, примеры. Теорема о непустоте опорного множества. Тео- рема об опорном множестве суммы. Теорема об опорном множестве композиции. Теорема об опорном множестве максимума.	4	6						
13-14	Теоремы отделимости. Отделимость в конечно- мерном пространстве. Отделимость в бесконеч- номерном пространстве.	2	2	Топологические векторные пространства. Отделимость в ТВП.	19				
14-16	Производная по направлениям. Определение, примеры. Теоремы о производной по направлениям суммы, произведения, частного, максимума и мини- мума. Теорема о сублинейности производной по направлениям выпуклой функции.	4	4						

16-18	Субдифференциальное исчисление. Определение субдифференциала, примеры. Теорема о субдифференциале дифференцируемой функции. Теорема о равенстве субдифференциала опорному множеству производной по направлениям. Теоремы о субдифференциале суммы и максимума.	4	4						
18	Рубежный контроль		2			Контроль- ная работа	0	25	
	Всего за 1 семестр:	36	36		63	Экзамен	0	50	
Семестр 6									
1-5	Исчисление квазидифференциалов. Определение квазидифференциала. Примеры. Теоремы о квазидифференциале суммы, произведения, частного, композиции, максимума и минимума.	6	14			Устный опрос, доклад; решение задач	0	25	[15], [16]
6-9	Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Ферма. Теорема Каруша – Куна – Таккера.	4	10	Строго выпуклые функции	6				[1]-[6], [12], [13],
9	Рубежный контроль		2			Контроль- ная работа	0	25	
10-12	Квазидифференцируемые экстремальные задачи. Необходимые условия экстремума квазидифференцируемой функции.	2	10			Устный опрос, решение задач	0	25	[1]-[6], [15], [16]
13-16	Многоцелевые экстремальные задачи и оптимум Парето. Определение многоцелевой экстремальной задачи. Понятие об оптимуме Парето. Теорема об оптимуме Парето. Принцип Лагранжа для многоцелевых экстремальных задач.	4	12						
18	Рубежный контроль		2			Контроль- ная работа	0	25	
	Всего за 2 семестр	16	50		6	Зачет	0	50	
	ИТОГО	52	86		69				

Примечания:

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

6. Образовательные технологии

При преподавании дисциплины в основном используются традиционные образовательные технологии: практические занятия и самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий могут быть использованы современные интерактивные и информационно-коммуникационные образовательные технологии такие как:

- интерактивная лекция представляет собой выступление преподавателя перед студенческой аудиторией с применением следующих интерактивных форм обучения: управляемая дискуссия или беседа; демонстрация слайдов или учебных фильмов; мотивационная речь и др.;

- видеоконференция – технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени;

- онлайн-семинар – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени;

- творческое задание требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: подбор материалов по заданной теме; подбор примеров из практики; самостоятельная постановка и решение нетиповых практических задач;

- презентация проекта – слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

- самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;
- составление опорного конспекта по темам, вынесенным на самостоятельную работу;
- подготовка к рубежным контрольным работам, экзамену и зачету.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов предусмотрены следующие методические материалы (см. разделы 8–9): примерные задания для подготовки к рубежным контрольным работам, перечень вопросов для подготовки к зачету, перечень рекомендованной литературы. Учебно-методические материалы необходимые для обеспечения самостоятельной работы студентов размещаются на дистанционной площадке СОГУ в начале каждого модуля.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Основными формами текущего контроля по дисциплине являются устный опрос на практическом занятии, доклад по теме, вынесенной на самостоятельное изучение, решение задач на практических занятиях.

Форма рубежного контроля: контрольная работа.

Формы промежуточной аттестации: экзамен в конце 5 семестра и зачет в конце 6 семестра.

Студенты, набравшие в ходе текущего и рубежного контроля 56–100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка рассчитывается по согласию действующей бально-рейтинговой системе.

8.1. Формы контроля и критерии оценивания

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	56–70%	Менее 56%
		отлично / зачет	хорошо / зачет	удовлетвори-тельно / зачет	неудовлетвори-тельно / незачет
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		18–20 баллов	15–17 баллов	11–14 баллов	0–10 баллов
	Оценка текущей работы студента в течение модуля (max 20б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		5 баллов	4 балла	3 балла	0 баллов
	Доклад по теме, вынесенной на самостоятельную работу (max 5б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (25баллов. за 1 модуль)					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнено более 70% заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
3. Итоговый контроль по дисциплине (max 50 баллов)					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Устный экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленные вопросы. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленные вопросы, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

8.2. Примерный вариант рубежной контрольной работы (25 баллов)

1 семестр, 1 модуль

1. Определите, выпукло ли множество $\{(x, y): x \geq 0, y \leq 0, xy \leq -1\}$?
2. При каких значениях параметров функция $y = kx + b$ будет выпуклой.
3. Является ли функция $y = \begin{cases} 2x, & x \geq 0, \\ +\infty, & x < 0, \end{cases}$ сублинейной?
4. Какие из следующих множеств в \mathbf{R}^2 являются поглощающими множествами:
а) $y \geq |x| - 1$, б) $y \geq |x + 1/2|$, в) $|x + y| \leq 1$, г) $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$,
д) $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 \leq 1$?

Изобразите данные множества.

1 семестр, 2 модуль

1. Является ли функция $y = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ -\frac{1}{2}x, & x > 0. \end{cases}$ сублинейной? (2 балла)
2. Укажите, какие из приведенных ниже функций являются сублинейными: (6 баллов)
а) $y = |x + 3|$, б) $y(x_1, x_2) = |x_1| + |x_2|$,
в) $y = \begin{cases} -\sqrt{1 - (x - 1)^2}, & x \in [0; 2], \\ +\infty, & x \notin [0; 2], \end{cases}$ г) $y = \begin{cases} -x, & x > 0, \\ x, & x \leq 0. \end{cases}$
3. Является ли множество $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ поглощающим? (2 балла)
4. Является ли множество $|x + y| \leq 1$ коническим отрезком? (3 балла)
5. Вычислить функционал Минковского для множества $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2: |x| + |y| \leq 3/2\}$. (4 баллов)
6. Вычислить опорное множество функционала $p(x) = \max\{-x; -1/2 x\}$. (4 балла)
7. Вычислить производную по направлениям функции $f(x) = \frac{1}{3} \ln x$. (4 балла)

2 семестр, 1 модуль

1. Вычислить субдифференциал выпуклой функции $f(x) = 3x^2 + 6x + 9$ в точке x_0 .
2. Вычислить субдифференциал выпуклой функции $f(x) = \frac{1}{3}|x|$ в точке $x_0 = -6$.
3. Вычислить субдифференциал функции $p(x) = \max\{-x; -1/2 x\}$ в нуле.
4. Вычислить субдифференциал в нуле функции $p(x) = \left|\frac{1}{2}x\right|$.

5. Найти решение и значение выпуклой безусловной задачи

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 6 \rightarrow \inf$$

2 семестр, 2 модуль

1. Найти квазидифференциал выпуклой функции $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$ в точке $x_0 = 0$.
2. Найти квазидифференциал функции $f(x) = |x|$ в точке $x_0 = 0$.
3. Найти **решение и значение** выпуклой безусловной задачи
 $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 6 \rightarrow \inf$
4. Исследовать на экстремум квазидифференцируемую функцию $f(x) = x^2 - 3|x|$
5. Решить выпуклую экстремальную задачу с ограничениями:

$$\begin{aligned} f &= x^2 + y^2 + 6 \rightarrow \inf \\ 2x - 6y - 12 &\leq 0 \\ 3x + 8y - 24 &\leq 0 \end{aligned}$$

8.3. Вопросы для подготовки к текущим опросам, рейтинговым работам, экзамену и зачету

1 семестр

1. Векторное пространство (определение, примеры векторных пространств). Линейная независимость векторов, базис векторного пространства (определение, примеры).
2. Выпуклые множества (определение; теорема об эквивалентности выпуклости и замкнутости относительно выпуклых комбинаций).
3. Выпуклые множества (определение; теоремы о выпуклости объединения и пересечения выпуклых множеств).
4. Выпуклые множества (определение; теоремы о сумме, образе и прообразе выпуклого множества при линейном отображении).
5. Выпуклые оболочки (определение, теоремы о формулах для вычисления выпуклых оболочек).
6. Выпуклые оболочки (определение, теорема о формуле для вычисления выпуклой оболочки объединения выпуклых множеств).
7. Выпуклый конус. Коническая оболочка. Коническая комбинация. Теорема Каратеодори.
8. Выпуклые функции: определение, теорема об эквивалентных определениях выпуклой функции, неравенство Йенсена.
9. Выпуклые функции: определение, теоремы о сумме, супремуме, композиции и положительных кратных выпуклых функций).
10. Сублинейная функция (определение; простейшие свойства; примеры, функционал Минковского как сублинейная функция).
11. Функционал Минковского (определение, теорема о функционале Минковского).
12. Продолжение линейных функционалов. Теорема Хана – Банаха.
13. Отделимость выпуклых множеств. Поглощающие множества и алгебраическая внутренность.
14. Теоремы отделимости.
15. Субдифференциал в нуле (=опорное множество) сублинейной функции (определение, примеры и простейшие свойства).
16. Теорема об опорном множестве суммы сублинейных функций.
17. Теоремы об опорном множестве супремума и композиции.
18. Субдифференциал (определение, выпуклость, замкнутость, примеры).
19. Односторонняя производная по направлениям (определение; теорема об односторонней производной по направлениям суммы).
20. Односторонняя производная по направлениям (определение; теорема об односторонней производной по направлениям произведения).
21. Односторонняя производная по направлениям (определение; теорема об односторонней производной по направлениям супремума).
22. Односторонняя дифференцируемость по направлениям в точке выпуклой функции (сублинейность, связь с субдифференциалом).
23. Исчисление субдифференциалов (субдифференциал суммы выпуклых функций).
24. Исчисление субдифференциалов (субдифференциал максимума и композиции выпуклой функции и линейного оператора).

2 семестр

1. Определение квазидифференциала. Примеры.
2. Теоремы о квазидифференциале суммы, произведения, частного конечного числа функций.

3. Теорема о квазидифференциале композиции.
4. Теоремы о квазидифференциале максимума и минимума конечного числа функций.
5. Выпуклые экстремальные задачи. Безусловная выпуклая экстремальная задача. Теорема Ферма.
6. Выпуклые экстремальные задачи с ограничениями. Теорема Каруша – Куна – Таккера.
7. Квазидифференцируемые экстремальные задачи. Необходимые условия экстремума квазидифференцируемой функции.
8. Определение многоцелевой экстремальной задачи. Понятие об оптимуме Парето. Теорема об оптимуме Парето. Принцип Лагранжа для многоцелевых экстремальных задач.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Петров Н.Н. Введение в выпуклый анализ. – Ижевск, 2009. 163с. URL: <http://elibrary.udsu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/3747/2009138.pdf?sequence=1>
2. Половинкин Е.С. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. / Половинкин Е.С., Балашов М.В. - 2-е изд. испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 440 с. // ЭБС «Консультант студента». URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108966.html>
3. Тихомиров, В.М. Оптимальное управление : учебное пособие : [16+] / В.М. Тихомиров, В.М. Алексеев, С.В. Фомин. – Москва : Физматлит, 2007. – 192 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67593> (дата обращения: 22.01.2021). – ISBN 978-5-9221-0589-7. – Текст : электронный.
4. Арутюнов, А.В. Лекции по выпуклому и многозначному анализу : учебное пособие / А.В. Арутюнов. – Москва : Физматлит, 2014. – 184 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275300> (дата обращения: 22.01.2021). – Библиогр.: с. 179-181. – ISBN 978-5-9221-1558-2. – Текст : электронный.
5. Нестеров, Ю.Е. Введение в выпуклую оптимизацию / Ю.Е. Нестеров. – Москва : МЦНМО, 2010. – 279 с. – Режим доступа: по подписке. – Текст : электронный. URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63254>.
6. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2011. – 408 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67227> (дата обращения: 22.01.2021). – ISBN 978-5-9221-0992-5. – Текст : электронный.

б) дополнительная литература:

7. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва: Издательство Юрайт, 2016. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/391098>
8. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва: Издательство Юрайт, 2016. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-5407-4. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/385281>
9. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / Колмогоров А.Н., Фомин С. В. - 7-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с.// ЭБС "Консультант студента": [сайт]. — URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102667.html>

10. Кутателадзе С.С. Основы функционального анализа. Новосибирск: ИМ СО РАН, 2006. DOI: [10.13140 / RG.2.1.1904.9365](https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1904.9365) . – URL: https://www.researchgate.net/publication/301324533_Osnovy_funkcionalnogo_analiza
11. Сухинов, А. И. Лекции по функциональному анализу: учеб. пособие / Сухинов А. И., Фирсов И. П. - Ростов н/Д : Изд-во ЮФУ, 2009. - 189 с. // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927506712.html>
12. Сухарев, А.Г. Методы оптимизации: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: Изд-во Юрайт, 2014. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/380190>.
13. Гончаров, В. А. Методы оптимизации: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / В. А. Гончаров. — М.: Изд-во Юрайт, 2019. — 191 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3642-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/425157>.
14. Кусраев А.Г., Кутателадзе С.С. Выпуклый анализ, пространства Канторовича и булевозначные модели // Математический форум (Итоги науки. Южный федеральный округ). 2009. Т. 2. С. 98-138. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17311557>
15. Басаева Е.К. Квазидифференциалы в К-пространствах // Владикавказский математический журнал. 2003. Т. 5. № 3. С. 14-30.
16. Basaeva E.K., Kusraev A.G., Kutateladze S.S. Quaisidifferentials in Kantorovich spaces // Journal of Optimization Theory and Applications. 2016. Т. 171. № 2. С. 365-383. URL: https://www.researchgate.net/publication/301324533_Quaisidifferentials_in_Kantorovich_Spaces

в) Профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы

- ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>).
- ЭБС «Университетская библиотека online» (<http://www.biblioclub.ru>)
- ЭБС «Юрайт» (<http://biblio-online.ru>)
- ЭБС «Консультант студента» (studentlibrary.ru)
- Общероссийский математический портал Math-Net.Ru (<http://www.mathnet.ru/>)
- Электронно-библиотечная система Znanium.com (<http://znanium.com/>)
- Math24.ru (сайт «Высшая математика»). <http://math24.ru/>

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий используются:

- учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), мультимедийным проектором, экраном, компьютером или ноутбуком с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.

Лицензионное программное обеспечение:

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

Перечень ПО в свободном доступе: Kaspersky Free; WinRAR; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader; LaTeX; системы компьютерной алгебры SciLab и Maxima.

Помещение для самостоятельной работы студентов: Зал электронных ресурсов Научной библиотеки СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов), необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.

11. Лист обновления/актуализации

1. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры математического анализа
протокол № 7 от 27.03.2018г.;

одобрена на заседании совета факультета математики и информационных технологий,
протокол № 5 от 30.03.2018 г.

2. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры математического анализа
протокол № 7 от 27.03.2019г.;

одобрена на заседании совета факультета математики и информационных технологий,
протокол № 5 от 29.03.2019 г.

3. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры математического анализа
протокол № 7 от 23.03.2020г.;

одобрена на заседании совета факультета математики и информационных технологий,
протокол № 5 от 27.03.2020 г.