

УТВЕРЖДАЮ
Прокурор по УР
А.М. Дигуров
«*27*» *12* 2017 г.

Владикавказ, 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.03.2015 г. №228, учебным планом подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 27.04.2017 г., протокол № 11.

Составитель: Тотиева Ж.Д.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа (протокол №7 от 27.03.2017)

Одобрена советом факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от «31» марта 2017 г.)

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетные единицы (396 час.).

	Очная форма обучения
Курс	2
Семестр	3/4
Лекции	72/68
Практические занятия	72/68
Лабораторные занятия	-
Консультации	-
Итого аудиторных занятий	144/136
Самостоятельная работа	26
Курсовая работа	-
Зачет	
Экзамен	3/4 семестр (45/45)
Общее количество часов	396

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математический анализ (дополнительные главы)» являются

- разработка инструментарно-методического аппарата, необходимого для организации той части учебного процесса, в которой протекает не только аудиторное, но и самостоятельное изучение студентами программы курса «Математический анализ (дополнительные главы)» в соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта нового поколения,

- повышение качества образовательного процесса, направленного на подготовку конкурентоспособного специалиста;

- обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования различных процессов и явлений социально-экономического характера при поиске оптимальных решений.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Для изучения дисциплины необходимы знания, полученные обучающимися в рамках математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, информатики.

Приступая к изучению дисциплины «Математический анализ (дополнительные главы)», студент должен иметь представление об основных понятиях элементарной математики, алгебры и элементарных функций; знать определения, подходы к постановке и решению математических задач; элементарные понятия системы линейных алгебраических уравнений; основные приемы представления результатов математического исследования.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

ОПК-1- способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

ПК-2 - способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат;

ПК-3- способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка	Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	основные понятия и методы математического анализа;	исследовать функции многих переменных на экстремум, вычислять кратные интегралы и поверхностные интегралы; применять формулы Грина, Гаусса-Остроградского и Стокса; применять векторный оператор ∇ для вывода формул теории поля,	навыками дальнейшего использования накопленных знаний для решения той или иной проблемы прикладной математики;
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	основные математические методы исследования и общие математические методы решения задач, используемые в естественных науках;	находить неопределенные интегралы подстановкой и по частям, интегралы от рациональных и тригонометрических функций; вычислять определенный интеграл, исходя из геометрического смысла и по формуле Ньютона-Лейбница; решать некоторые задачи с применением интегрального	навыками проведения доказательных рассуждений, аргументации, выдвижения гипотез и их обоснования;

			исчисления;	
ПК-3	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	мировоззренческое значение математики, роль и место математики в изучении окружающего мира.	применять методы математического анализа для решения типовых математических задач при исследовании математических моделей физических, экономических, биологических и других процессов и решении прикладных задач.	навыками ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, использования различных языков математики (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства; поиска, систематизации, анализа и классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу.

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Баллы		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		min	max	
1	Понятие функции многих переменных, предел и непрерывность функции многих переменных.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
2	Свойства непрерывных на компакте функций. Линейно связанные множества, теорема Больцано-Коши.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
3	Дифференцируемость функции многих переменных. Частная производная, дифференцируемость, дифференциал функции многих переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции многих переменных в точке.	4	4	Отображение $\phi: X \rightarrow R^n$ его дифференцируемость, матрица Якоби.	4	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
4	Непрерывная дифференцируемость функции многих переменных. Геометрический смысл свойства дифференцируемости. Свойство инвариантности формы дифференциала функции многих переменных.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы..	0	5	[1-11]
5	Производная по направлению, градиент. Частные производные высших порядков, теорема Шварца о смешанных частных производных.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы.	0	5	[1-11]

6	Дифференциалы высших порядков, формула их вычисления. Формула Тейлора функции многих переменных.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы.	0	5	[1-11]
7	Дифференциалы высших порядков, формула их вычисления. Формула Тейлора функции многих переменных.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы.	0	5	[1-11]
8	Исследование функций Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия локального экстремума функции многих переменных. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных в стационарной точке. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции многих переменных на компакте.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
9	Условный экстремум. Неявная функция, определяемая уравнением; теоремы существования непрерывной и непрерывно дифференцируемой неявной функции; теорема о существовании непрерывно дифференцируемой обратной функции.	4	4	Неявное отображение, определяемое системой уравнений; теорема существования непрерывно дифференцируемого неявного отображения.	4	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
10	Условный экстремум функции многих переменных; связь между условным и безусловным экстремумами. Метод Лагранжа отыскания стационарной точки задачи условного экстремума; достаточные условия	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]

	локального условного экстремума.								
11	Числовой ряд, его сходимость (расходимость), сумма ряда. Критерий Коши и необходимое условие сходимости числового ряда. Простейшие свойства числовых рядов. Связь между сходимостью числового ряда и его остатков. Умножение числовых рядов. Произведение рядов в форме Коши. Теорема Коши. Теорема Мертенса.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
12	Знакопостоянные числовые ряды. Критерий сходимости положительного числового ряда. Признаки сравнения сходимости положительного числового ряда в непрелыной и пределной формах. Интегральный признак Маклорена- Коши сходимости положительного числового ряда. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительного числового ряда в непрелыной и пределной формах.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
13	Знакопеременные числовые ряды. Преобразование Абеля. Лемма Абеля. Признаки Дирихле и Абеля сходимости числового ряда. Знакопеределующийся числовой ряд, ряд лейбницевского типа. Признак Лейбница сходимости числового ряда.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
14	Абсолютная и условная сходимость	4	4			Устный опрос,	0	5	[1-11]

	числового ряда. Сочетательное свойство сходящегося числового ряда. Переместительное свойство положительного числового ряда.					сообщения по вопросам темы, конспект.			
15	Характеризация сходимости знакопеременного числового ряда в терминах его положительной и отрицательной частей. Переместительное свойство абсолютно сходящегося числового ряда. Теорема Римана.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
16	Функциональные последовательности и ряды Функциональная последовательность, ее область определения. Сходимость функциональной последовательности в точке, поточечная сходимость функциональной последовательности на множестве, область сходимости функциональной последовательности, предельная функция функциональной последовательности. Равномерная сходимость функциональной последовательности на множестве. Арифметические операции с равномерно сходящимися функциональными последовательностями. Критерии равномерной сходимости функциональной последовательности (в терминах супремумов и Коши).	4	4	Бесконечное числовое произведение $\prod_{n=1}^{\infty} a_n$, n -ное частичное произведение $\prod_{n=1}^N a_n$, сходимость (расходимость) бесконечного числового произведения, значение бесконечного произведения. Критерии сходимости бесконечного числового произведения. Достаточный признак сходимости бесконечного числового произведения. Абсолютная и условная сходимость бесконечного числового произведения. Критерий абсолютной сходимости бесконечного числового произведения.	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]

				я.					
17	Функциональный ряд, его сходимость (расходимость) в точке и на множестве. Абсолютная сходимость функционального ряда в точке и на множестве, область сходимости (абсолютной сходимости) функционального ряда	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-11]
18	Равномерная сходимость функционального ряда на множестве. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда на множестве. Достаточные признаки равномерной сходимости функционального ряда на множестве (Вейерштрасса, Дирихле, Абеля).	4	4	Критерии равномерной сходимости функционального ряда (в терминах супремумов и Коши).	3	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-11]
	Итого за 3 семестр	72	72		13		0	100	
1	Теоремы о пределе предельной функции функциональной последовательности и о почленном переходе к пределу в функциональном ряде. Теоремы о непрерывности предельной функции функциональной последовательности и непрерывности суммы функционального ряда. Теоремы об интегрировании предельной функции функциональной последовательности и о почленном интегрировании функционального ряда. Теорема о	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]

	дифференцировании предельной функции функциональной последовательности и о почленном дифференцировании функционального ряда.								
2	<p>Степенные ряды. Степенной ряд. Первая теорема Абеля теории степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Интервал (область) сходимости степенного ряда. Теорема Коши-Адамара. Равномерная сходимость степенного ряда внутри интервала сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда, вторая теорема Абеля теории степенных рядов. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда. Ряд Тейлора функции. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Тейлора основных элементарных функций</p>	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
3	<p>Несобственный интеграл: Функция, локально интегрируемая на промежутке. Несобственный интеграл с единственной особой точкой, его сходимость (расходимость) и значение в случае сходимости. Соотношения между классами функций $R[a,b]$ и $R[a,b)$. Несобственный интеграл с особой точкой внутри промежутка</p>	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]

	интегрирования, с несколькими особыми точками, его сходимость и значение.								
4	Простейшие свойства несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Критерий сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции. Признаки сравнения сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции в неопределённой и предельной формах. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
5	Интегралы с параметром. Функция двух переменных, её поточечная сходимость на множестве, предельная функция функции двух переменных. Равномерная сходимость на множестве функции двух переменных.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
6	Свойства равномерно сходящихся функций двух переменных. Критерии равномерной сходимости функции двух переменных: в терминах супремумов, Коши, типа теоремы Гейне.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
7	Теоремы о пределе, непрерывности, интегрировании и дифференцировании	4	4			Устный опрос, сообщения по	0	5	[1-11]

	предельной функции функции двух переменных.					вопросам темы, конспект.			
8	Собственный интеграл, зависящий от параметра (СИЗП). Теоремы о пределе, непрерывности, интегрировании и дифференцировании СИЗП. Теоремы о непрерывности и дифференцировании СИЗП с ПЗП.	4	4	Собственный интеграл, зависящий от параметра, с пределами, зависящими от параметра (СИЗП с ПЗП).	1	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
9	Интеграл Эйлера 1-го рода (В-функция), её область определения, свойство симметрии, формула дополнения, второе интегральное представление В-функции.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
10	Несобственный интеграл, зависящий от параметра (НИЗП). Равномерная сходимость НИЗП. Критерии равномерной сходимости НИЗП: Коши, типа теоремы Гейне. Достаточные признаки равномерной сходимости НИЗП: Вейерштрасса, Дирихле, Абеля.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
11	Теоремы о предельном переходе в НИЗП, непрерывности, интегрировании и дифференцировании НИЗП. Интеграл Дирихле.	4	4			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
12	Ряды Фурье Классы функций $R[a;b]$, $R^1[a;b]$, $R^2[a;b]$. Ортогональная система функций на отрезке (осф), обобщенная тригонометрическая система функций (отс), классическая тригонометрическая	4	4	Обобщения признака Липшица. Дифференцирование классического тригонометрического ряда Фурье.	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]

	система функций (кис). Ряд Фурье функции по осф. Минимизирующее свойство частичных сумм ряда Фурье. Тождество и неравенство Бесселя. Сходимость ряда Фурье функции f по осф к f в смысле средних квадратичных, критерий сходимости, равенство Парсеваля. Тригонометрические ряды Фурье. Лемма Римана.								
13	Ядра Дирихле, их свойства. Интегральное представление сумм классического тригонометрического ряда Фурье. Принцип локализации Римана. Признак Дини сходимости классического тригонометрического ряда Фурье.	4	4	Теорема о скорости стремления к нулю коэффициентов классического тригонометрического ряда Фурье.	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
14	Условие Липшица функции в точке. Лемма о связи условия Липшица и дифференциальных свойств функции. Признак Липшица сходимости классического тригонометрического ряда Фурье в точке. Разложение функции в ряд Фурье только по синусам (косинусам).	4	4	Условия Гельдера. Пространства Гельдера.	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-11]
15	Ядра Фейера, их свойства. Теорема Фейера. Аппроксимационные теоремы Вейерштрасса. Теорема о единственности классического тригонометрического ряда Фурье для	4	4	Теорема о единственности классического тригонометрического ряда Фурье для непрерывной функции.	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-11]

	непрерывной функции. Равномерная сходимость классического тригонометрического ряда Фурье. Почленное интегрирование классического тригонометрического ряда Фурье.								
16	Кратный интеграл Кратный интеграл по параллелепипеду в R^n . Функция, интегрируемая по параллелепипеду в R^n , необходимое условие интегрируемости, критерий Дарбу. Лебегово нуль-множество (лнм) в R^n , свойства лнм.	4	4	Критерий Лебега интегрируемости функции по параллелепипеду в R^n . Интегрируемость измененной на жнм функции.	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-11]
17	Кратный интеграл по измеримому множеству в R^n , корректность его определения. Критерий Лебега интегрируемости функции по измеримому множеству в R^n .	4	4	Характеристическая функция измеримого множества в R^n .	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-11]
	Итого за 4 семестр	68	68		13				
	ИТОГО	140	140		26		0	100	

Примечания:

– Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

– В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

6. Образовательные технологии

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий.

Лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

Онлайн-семинар – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

Видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Видео-лекция – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

Технология электронного обучения (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Творческое задание составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

Публичная презентация проекта - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

Интерактивная лекция представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

Разработка проекта позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

Проблемное обучение - поиск ответов на вопросы по теме.

№/ п	Тема	Вид занятия	Количество часов	Активные формы	Интерактивные формы
1	Предел функции многих переменных.	Практическое	2	Диалог	
2	Непрерывность функции многих переменных.	Практическое	2	Групповая работа	
3	Дифференцируемость функции многих переменных.	Практическое	2		Мастер-класс
4	Частная производная, дифференцируемость, дифференциал функции многих переменных в точке.	Практическое	2		Групповая работа

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относятся: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

Рубежный контроль осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

1) Вычислить длину дуги кривой $r = a(1 - \cos \varphi)$ ($a > 0$).

2) Вычислить криволинейные интегралы:

а) $\int_L xyz dl$, где линия $L : x^2 + y^2 + z^2 = a^2, y = x$, лежит в III-ем октанте;

б) $\int_L y dx - (y + x^2) dy$, где линия $L : y = 2x - x^2$, от точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 0)$

3) Вычислить с помощью формулы Грина криволинейный интеграл

$\int_{L^+} \frac{3}{4} y^2 (x^2 - 2) dx + \frac{x^2}{2} (1 + xy) dy$, где L – граница области $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2, x + y < 6\}$.

Проверив, что подынтегральное выражение представляет собой полный дифференциал, восстановить функцию $u(x, y)$ и вычислить интеграл

$\int_{(-1, 2)}^{(1, -2)} (3x^2 - 2xy + y^2) dx + (2xy - x^2 - 3y^2) dy$.

Критерии оценивания представлены в таблице 8.1.

Примеры тестовых заданий по дисциплине:

Исследовать на сходимость следующие числовые ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\sin \frac{1}{n}} - 1}{n+2} \ln n;$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{3} + \sin \frac{n\pi}{3})^n}{(2^n + 1)(\sqrt{n} + \ln n)};$$

$$3) \sum_{n=3}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}} - e^{-\frac{1}{2n}} \right) \ln^3 n.$$

Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующие числовые ряды:

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{4}}{\ln n + 3} \sin \frac{n\pi}{2n+1};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n^p + (-1)^{n-1})^2}, \quad p \in \mathbb{R}.$$

Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	60–70%	Менее 60%
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение занятий (max 8 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 2б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все	Правильно выполнена	Задания выполнены более	Задания выполнены менее чем

		задания. Продemonстрирова н высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирова н хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирова н удовлетворительн ый уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительн ый уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
3. Итоговый контроль по дисциплине					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зач ет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно- следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно- следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

Вопросы для подготовки к экзамену:

1. Лемма о непустоте множества частичных пределов числовой последовательности.
2. Критерий того, что точка является частичным пределом числовой последовательности.
3. Критерий того, что множество частичных пределов числовой последовательности состоит из одного элемента.
4. Лемма о множестве частичных пределов числовой последовательности, допускающей разбиение на m подпоследовательностей, каждая из которых имеет предел.
8. Критерий существования предела последовательности в терминах её верхнего и нижнего пределов.
9. Критерий Коши и необходимое условие сходимости числового ряда.
10. Простейшие свойства числовых рядов.
11. Теорема о связи сходящегося числового ряда и его остатков.
12. Критерий сходимости положительного числового ряда.

13. Признаки сравнения сходимости положительного числового ряда в неопределенной и предельной формах, следствие.
14. Интегральный признак Маклорена-Коши сходимости положительного ряда.
15. Признаки Даламбера сходимости положительного числового ряда в неопределенной и предельной формах.
16. Признаки Коши сходимости положительного числового ряда в неопределенной и предельной формах.
17. Преобразование и лемма Абеля.
18. Признак Дирихле сходимости числового ряда.
19. Признак Абеля сходимости числового ряда.
20. Признак Лейбница сходимости числового ряда. Следствие об оценке модуля n -го остатка ряда лейбницевского типа.
21. Лемма о связи между сходимостью числового ряда и ряда, составленного из модулей его членов.
22. Сочетательное свойство сходящегося числового ряда.
23. Переместительное свойство положительного сходящегося числового ряда.
24. Теорема о характеристике сходимости знакопеременного числового ряда в терминах его положительной и отрицательной частей.
25. Переместительное свойство абсолютно сходящегося числового ряда.
26. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся числовых рядов.
27. Необходимое условие и критерии сходимости бесконечного числового произведения (в терминах сходимости соответствующих числовых рядов).
28. Арифметические операции с равномерно сходящимися функциональными последовательностями.
29. Критерии равномерной сходимости функциональной последовательности: в терминах супремумов; Коши.
30. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда, следствие.
31. Признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.
32. Признак Абеля равномерной сходимости функционального ряда.
33. Теорема о пределе предельной функции функциональной последовательности.
34. Теорема о непрерывности предельной функции функциональной последовательности в точке (на множестве), следствие.
35. Теорема о почленном переходе к пределу в функциональном ряде.
36. Теорема об интегрировании предельной функции функциональной последовательности.
37. Теорема о дифференцировании предельной функции функциональной последовательности.
38. Первая теорема Абеля, следствие.
39. Теорема о поведении степенного ряда в зависимости от радиуса сходимости.
40. Теорема Коши-Адамара.
41. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда внутри интервала сходимости.
42. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда на отрезке $[0, R]$.
43. Теорема о непрерывности суммы степенного ряда. Вторая теорема Абеля.
44. Теорема о почленном интегрировании степенного ряда.
45. Теорема о почленном дифференцировании степенного ряда.
46. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.
47. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора.
48. Лемма о соотношении между классами функций, интегрируемых по Риману на отрезке $[a, b]$ и интегрируемых в несобственном смысле на промежутке $[a, b]$.
49. Простейшие свойства несобственных интегралов.

50. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
51. Формула типа формулы Ньютона-Лейбница для несобственного интеграла.
52. Метод замены переменной в несобственном интеграле.
53. Метод интегрирования по частям несобственного интеграла.
54. Критерий сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции.
55. Признаки сравнения сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции (в неопределённой и определённой формах).
56. Признак Дирихле сходимости несобственного интеграла.
57. Признак Абеля сходимости несобственного интеграла.
58. Сравнение сходимости несобственного интеграла от функции и от её модуля.
59. Лемма о предельной функции двух переменных, непрерывной на прямоугольнике.
60. Критерии равномерной сходимости функции двух переменных: в терминах супремумов; Коши; типа теоремы Гейне.
61. Теорема о пределе предельной функции функции двух переменных.
62. Теорема о непрерывности в точке (на множестве) предельной функции функции двух переменных.
63. Теорема об интегрировании предельной функции функции двух переменных.
64. Г-функция: область определения; дифференцируемость; график; формула приведения.
65. В-функция: область определения; свойство симметрии; формула приведения; второе интегральное представление В-функции.

4 семестр

1. Теорема о ряде Фурье суммы равномерно сходящегося на $[a, b]$ ряда. Следствие о ряде Фурье линейной комбинации функций из осф.
2. Минимизирующее свойство частичных сумм ряда Фурье функции. Тождество и неравенство Бесселя.
3. Критерий сходимости ряда Фурье функции по осф к f на $[a, b]$ в смысле средних квадратичных.
4. Лемма Римана.
5. Ядра Дирихле, их свойства.
6. Интегральное представление частичных сумм классического тригонометрического ряда Фурье функции.
7. Лемма о связи между существованием конечных односторонних производных функции в точке и её условием Липшица в этой точке.
8. Лемма о существовании конечных односторонних производных функции в точке.
9. Признак Липшица сходимости в точке классического тригонометрического ряда Фурье.
10. Теорема Ляпунова, следствие о выполнении равенства Парсеваля.
11. Теорема о единственности классического тригонометрического ряда Фурье непрерывной функции.
12. Теорема о скорости стремления к нулю коэффициентов классического тригонометрического ряда Фурье функции f в зависимости от её дифференциальных свойств.
13. Теорема о равномерной сходимости классического тригонометрического ряда Фурье, следствие о почленном дифференцировании классического тригонометрического ряда Фурье.
14. Теорема о почленном интегрировании классического тригонометрического ряда Фурье непрерывной функции.
15. Мера параллелепипеда в R_n , её свойства.
16. Свойства множества R_n .
17. Лемма о представлении элементарного множества в R_n .
18. Мера элементарного множества, лемма о корректности её определения.

19. Свойства меры элементарного множества.
20. Свойства внутренней (внешней) меры Жордана ограниченного множества в R_n .
21. Мера множества, измеримого по Жордану в R_n , её свойства.
22. Критерий измеримости по Жордану множества в R_n .
23. Свойства множеств, измеримых по Жордану.
24. Теорема об измеримости и величине меры Жордана криволинейной трапеции, следствие.
25. Теорема о необходимом условии интегрируемости функции по параллелепипеду.
26. Теорема об интегрируемости по параллелепипеду непрерывной функции.
27. Теорема об интегрируемости ограниченной на параллелепипеде функции, отличной от нуля на жнм.
28. Теорема об интегрируемости по параллелепипеду измененной на жнм функции.
29. Определение кратного интеграла по измеримому в R_n множеству, лемма о корректности его определения.
30. Критерий Лебега интегрируемости функции по измеримому множеству.
31. Характеристическая функция ограниченного в R_n множества. Критерий измеримости множества по Жордану в R_n в терминах его характеристической функции.
32. Свойства кратного интеграла по измеримому множеству: интегрируемость постоянной функции; свойство линейности; интегрируемость произведения; интегрирование неравенства; интегрируемость модуля функции и оценка модуля кратного интеграла; интегрируемость функции по жнм; интегрируемость функции по измеримому подмножеству; свойство аддитивности; интегрируемость функции по внутренности и замыканию множества.
33. Теорема Фубини для параллелепипедов, следствия.
34. Теорема Фубини для декартова произведения измеримых по Жордану множеств, следствия.
35. Лемма о спрямляемости объединения кривых в R_n .
36. Лемма о спрямляемости дуги кривой в R_n .
37. Теорема о достаточных условиях спрямляемости кривой в R_n .
38. Теорема о непрерывной дифференцируемости функции длины спрямляемой кривой. Следствие.
39. Лемма о связи диаметров разбиений и гладкой кривой.
40. Теорема о достаточных условиях существования криволинейного интеграла первого рода и формула его вычисления, частные случаи формулы.
41. Теорема о достаточных условиях существования криволинейного интеграла второго рода и формула его вычисления, частные случаи формулы.
42. Теорема об оценке сверху модуля криволинейного интеграла второго рода.
43. Теорема о связи криволинейных интегралов первого и второго рода.
44. Формула Грина для областей типа T .
45. Формула Грина для областей, представимых в виде объединения конечного числа областей типа T .
46. Применение криволинейного интеграла второго рода к вычислению площади области.
47. Теорема о независимости криволинейного интеграла второго рода от линии интегрирования.
48. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования непрерывно дифференцируемой в области функции $u(x, y)$ такой, что $du = P(x, y)dx + Q(x, y)dy$.
49. Лемма об элементарной гладкой поверхности с явным заданием.
50. Теорема о достаточных условиях существования поверхностного интеграла первого рода и формула его вычисления.
51. Теорема о достаточных условиях существования поверхностного интеграла второго рода и формула его вычисления.
52. Теорема о связи поверхностных интегралов первого и второго рода.

53. Элементы теории поля.
 54. Формула Гаусса-Остроградского.
 55. Формула Стокса.

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут» (менее 60 баллов)	«Минимальный уровень» (60-70 баллов)	«Средний уровень» (71-85 баллов)	«Высокий уровень» (86-100 баллов)
<u>Компетенции не сформированы.</u> Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	<u>Компетенции сформированы.</u> Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	<u>Компетенции сформированы.</u> Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	<u>Компетенции сформированы.</u> Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
Обучающийся демонстрирует: - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;	Обучающийся демонстрирует: - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; - недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания,	Обучающийся демонстрирует: - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала. - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные	Обучающийся демонстрирует: - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные,

- отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	которые следует выполнить.	вопросы; - умение решать практические задания, которые следует выполнить; - владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; - наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.	конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора; - умение решать практические задания; - свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
Оценка «неудовлетворительно» / не зачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Л.Д.Кудрявцев. Курс математического анализа, т.1-3. М.: Дрофа, 2004.
2. В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Бл.Х.Сендов. Математический анализ, т.1. М.: Изд-во МГУ, 2009. <https://11klasov.org/7720-matematicheskij-analiz-v-2-h-tomah-ilin-va-sadovnichij-va-sendov-blh.html>
3. В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Бл.Х.Сендов. Математический анализ, т.2. М.: Изд-во МГУ, 2009.
4. А.Н.Тер-Крикоров, М.И.Шабунин. Курс математического анализа. М.:Изд-во МФТИ, 2000.
5. В.А.Зорич. Математический анализ, т.1-2. М.: Наука, 2004. <https://11klasov.org/7721-matematicheskij-analiz-v-2-h-chastjah-zorich-va.html>
6. Т.И.Коршикова, Л.И.Калиниченко, Ю.А.Кирютенко. Курс лекций по математическому анализу, I-II курс, 1,3 семестр. Ростов-на-Дону: ФГУ-ОП ВПО ЮФУ, 2007.
7. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.

б) дополнительная литература:

8. Ю.Г. Решетняк Курс математического анализа, Ч.1., кн. 1-2- Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999.

9. Ю.Г. Решетняк Курс математического анализа, Ч.2., кн. 1-2- Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999.
10. Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков Лекции по математическому анализу. М: Высш. Школа, 1999
11. И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий Задачи и упражнения по математическому анализу. М.: Дрофа. Ч.1,2. 2001.

в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:

- eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.
- База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>
- Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.
- Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

Лицензионное программное обеспечение:

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

Перечень ПО в свободном доступе:

1. Kaspersky Free;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser;

11. Лист обновления/актуализации

1. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры математического анализа
протокол № 7 от 27.03.2018г.;
одобрена на заседании совета факультета математики и информационных
технологий, протокол № 5 от 30.03.2018 г.
2. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры математического анализа
протокол № 7 от 27.03.2019г.;
одобрена на заседании совета факультета математики и информационных
технологий, протокол № 5 от 29.03.2019 г.
3. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры математического анализа
протокол № 7 от 23.03.2020г.;
одобрена на заседании совета факультета математики и информационных
технологий, протокол № 5 от 27.03.2020 г.