Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет имени Коста Левановича Хетагурова»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по УР

_____ А.М. Дигурова

«27» _____04_____ 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Математика»

Специальность 38.05.01 Экономическая безопасность

Специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности»

Квалификация (степень) выпускника – экономист

Форма обучения
очная

Владикавказ 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность (уровень специалитета), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 16.01.2017 г., № 20, учебным планом подготовки специалиста по направлению 38.05.01 Экономическая безопасность, специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности», одобренным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» 27.04.2017 г., протокол № 11 и утвержденным ректором ФГБОУ ВО «СОГУ» А.У. Огоевым 27.04.2017 г.

Составитель: доцент С.Н. Сиукаев,
ст. преподаватель З.Е. Галаванова.

Программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа

(протокол № 9 от 21.03.17 г.)

Одобрена Советом экономического факультета

(протокол № 7 от 30.03.17 г.)

1. Структура, и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 часов).
Форма промежуточной аттестации – экзамен, курсовая работа.

	Очная форма обучения	
Курс	1	
Семестр	1	2
Лекции	36	36
Практические (семинарские) занятия	72	36
Лабораторные занятия	-	-
Итого аудиторных занятий	108	72
Самостоятельная работа	54	27
Курсовая работа	-	-
Форма контроля		
Экзамен	36	27
Зачет	-	-
Общее количество часов	198	126

2. Цели освоения дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- формирование необходимого уровня фундаментальной математической подготовки для анализа и моделирования экономических процессов;
- воспитание высокой математической культуры: ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке студентов;
- формирование культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;
- овладение математическими методами для решения экономических задач и приобретение навыков использования универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов математики при дальнейшем изучении профильных дисциплин.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Б1.Б.06

Дисциплина «Математика» является дисциплиной базовой части учебного плана подготовки специалиста по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность, специализации «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности».

Для изучения дисциплины необходимы знания и компетенции, полученные обучающимися в рамках школьной программы по дисциплинам: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия».

Знания, умения и навыки, полученные в ходе изучения данной дисциплины, будут востребованы студентами на всех этапах обучения при освоении различных дисциплин учебного плана, подготовке рефератов, контрольных, курсовых и выпускных квалификационных работ, в процессе последующей профессиональной деятельности.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Коды компетенций	Содержание компетенций
ОПК-1	способность применять математический инструментарий для решения экономических задач

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП

Коды компетенций ОПОП	Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-1	основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения применять математический инструментарий для решения экономических задач обосновывать выбор методик расчета экономических показателей	методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов методами применения современного математического инструментария для решения экономических задач; статистическими методами обработки экспериментального материала

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа Студентов		Формы контроля	Количество баллов		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		**min**	**max**	
	1 модуль								
1	**Прямая линия на плоскости** Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Полярная система координат. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи.	2	4	Координаты точки на прямой и на плоскости. Площадь треугольника и многоугольника.	2	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной			[2], [3],[6], [8]
2	**Прямая линия на плоскости** Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках.	2	4	Нормальное уравнение прямой Точка пересечения двух прямых.	4	мини-опрос			[2], [3],[6], [8]
3	**Кривые второго порядка** Окружность. Эллипс. Гипербола, Парабола.	2	4	Окружность. Эллипс. Гипербола, Парабола.	2	вопросы в рубежной контрольной			[2], [3],[6], [8]
4	**Векторы на плоскости и в**	2	4	Проекция вектора на	4	мини-опрос			[2], [3],[6], [8]

	пространстве. Векторы на плоскости и в пространстве. n-мерный вектор и векторное пространство. Векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. Линейные операторы. Линейная модель обмена Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов.			заданное направление. Векторное и смешанное произведение векторов					
5	**Определители и матрицы** Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами.	2	4	Операции над матрицами	2	вопросы в рубежной контрольной			[2], [3],[6], [8]
6	**Определители и матрицы** Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы.	2	4	Ранг матрицы.	4	Опрос на занятиях			[2], [3],[6], [8]
7	**Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)** Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера, методом обратной матрицы.	2	4	Решение задач с экономическим содержанием	2	Проверка на занятиях			[2], [3],[6], [8]
8	**Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)** Метод Гаусса. Теорема Кронекера - Капелли. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.	2	4	Решение задач с экономическим содержанием	4	Проверка на занятиях			[2], [3],[6], [8]
9	**Общее уравнение плоскости** Общее уравнение плоскости, понятие нормального вектора. Частные случаи расположения плоскости в координатном пространстве. Угол между плоскостями, условия	2	4	Фундаментальная система решений.	2	вопросы в рубежной контрольной			[2], [3],[6], [8]

	параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.								
	Текущий контроль						**0**	**20**	
	1-я рубежная письменная контрольная работа						**0**	**30**	
	ИТОГО за 1 модуль						**0**	**50**	
10	**Прямая в пространстве.** Понятие направляющего вектора, каноническое уравнение прямой. Общее уравнение, параметрическое уравнение прямой в пространстве.	2	4	Приведение квадратичной формы к сумме квадратов	4	опрос вопросы в рубежной контрольной работе			[2], [3],[6], [8]
11	**Прямая в пространстве.** Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.	2	4	Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью Условия параллельности и перпендикулярности	2	опрос вопросы в рубежной контрольной работе			[2], [3],[6], [8]
12	**Функция** Множества. Абсолютная величина действительного числа. Понятие функции. Способы задания функции. Понятие неявной, обратной и сложной функций. Применение функций в экономике.	2	4	Основные свойства функции. Графики основных элементарных функций.	4	опрос вопросы в рубежной контрольной работе			[1], [2], [3], [4], [5]
13	**Теория пределов** Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности. Предел функции в точке. Односторонние пределы Бесконечно большие и	2	4	Предел монотонной ограниченной последовательности. Применение эквивалентных бесконечно	4	опрос вопросы в рубежной контрольной работе			[1], [2], [3], [4], [5]

	бесконечно малые величины. Основные теоремы о пределах..			малых к вычислению пределов					
14	**Теория пределов** Первый замечательный предел Второй замечательный предел. Непрерывность функции	2	4	Теорема о вложенных отрезках. Понятие об асимптотических формулах. Другие замечательные пределы.	2	опрос вопросы в рубежной контрольной работе			[1], [2], [3], [4], [5],
15	**Непрерывность функции** Некоторые свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.	2	4	Непрерывность обратных тригонометрических функций. Равномерная непрерывность функции. Другие применения производной.	4	опрос вопросы в рубежной контрольной работе			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
16	**Производная.** Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Экономический смысл производной. Основные правила дифференцирования. Производная неявной, обратной и сложной функций. Производные высших порядков. Применение производной в экономике.	2	4	Понятие о бесконечной производной. Вычисление производных функций, заданных неявно, параметрически.	2	опрос вопросы в рубежной контрольной работе, решение задач			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
17	**Приложения производной** Правило Лопиталя. Условие постоянства, возрастания и убывания функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.	2	4	Исследование функции и построение графика. Приближенное решение уравнений. Графики разрывных функций.	4	опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
18	**Приложения производной** Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты	2	4	Исследование функции и построение графика. Приближенное решение	2	Решение задач на практически			[1], [2], [3], [4], [5], [10]

	кривой. Полное исследование функции. Дифференциал функции. **2-я рубежная письменная контрольная работа**			уравнений. Графики разрывных функций.		х занятиях			
	ИТОГО часов	**36**	**72**		**54**				
	Текущий контроль						**0**	**20**	
	2-я рубежная письменная контрольная работа						**0**	**30**	
	ИТОГО за 2 модуль						**0**	**50**	
	ИТОГО за 1 семестр						**0**	**100**	
2 семестр									
1 модуль									
1	**Неопределенный интеграл:** Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы основных элементарных функций.	2	2	Специальные приемы вычисления некоторых интегралов	2	Опрос на занятиях			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
2	**Неопределенный интеграл:** Способы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.	2	2	Интегрирование простейших трансцендентных функций Тригонометрические подстановки. Интегрирование иррациональных функций	1	Опрос, решение задач на практических занятиях			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
3	**Определенный интеграл** Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла. Геометрический смысл. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.	2	2	Некоторые вспомогательные формулы. Интегралы не выражающиеся элементарно.	2	Опрос, решение задач на практических занятиях			[1], [2], [3], [4], [5], [10]

4	**Определенный интеграл** Свойства определенного интеграла. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле.	2	2	Специальные приемы вычисления некоторых интегралов. Вычисление работы с помощью определенного интеграла	1	Решение задач на практич. занятиях			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
5	**Несобственные интегралы** Несобственные интегралы 1-го рода с бесконечным пределом интегрирования	2	2	Несобственные интегралы 1-го рода с бесконечным пределом интегрирования	2	опрос вопросы в рубежной контрольной работе			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
6	**Несобственные интегралы** Несобственные интегралы 2-го рода с с неограниченной подынтегральной функцией.	2	2	Несобственные интегралы 2-го рода с с неограниченной подынтегральной функцией.	1	Опрос, решение задач на практически х занятиях			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
7	**Геометрические приложения определенного интеграла.** Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения. Длина дуги. Применение определенного интеграла в экономике.	2	2	Приближенное вычисление определенных интегралов.	1	Опрос, решение задач на практически х занятиях			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
8	**Функции двух переменных.** Основные понятия. Область определения. Непрерывность. Частные производные.	2	2	Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.	1	опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
9	**Функции двух переменных.** Дифференциал функции 2-х переменных. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.	2	2	Условные экстремумы. Функция Лагранжа.	2	опрос, решение задач на практически х занятиях			[1], [2], [3], [4], [5], [10]
	Текущий контроль						**0**	**20**	
	1-я рубежная контрольная работа						**0**	**30**	
	ИТОГО за 1 модуль						**0**	**50**	

2 модуль									
10	**Дифференциальные уравнения.** Общие понятия. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные .уравнения с разделяющимися переменными.	2	2	Дифференциальные уравнения, содержащие дифференциалы произведения и частного	1	Опрос, решение задач на практически х занятиях			[1], [2], [3], [5], [7]
11	**Дифференциальные уравнения.** Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.**1-я рубежная письменная контрольная работа**	2	2	Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений 2 порядка	2	Опрос, решение задач на практически х занятиях			[1], [2], [3], [5], [7]
12	**Дифференциальные уравнения.** Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Общие понятия. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение степени.	2	2	Графический метод интегрирования дифференциальных уравнений 1-го порядка	2	опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [3], [5], [7]
13	**Дифференциальные уравнения.** Линейные однородные дифференциальные .уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные .уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	2	2	Линейные неоднородные дифференциальные .уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	2	опрос вопросы в рубежной контрольной			1], [2], [3], [5], [7]
14	**Числовые ряды.** Основные понятия. Сходимость ряда. Некоторые свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда.	2	2	Свойства числовых рядов. Сумма числового ряда.	1	опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [3], [4], [5]

15	**Числовые ряды.** Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.	2	2	Радикальный признак Коши сходимости ряда.	1	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [3], [4], [5]
16	**Числовые ряды.** Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Условная и абсолютная сходимость ряда.	2	2.	Почленное дифференцирование и интегрирование рядов. Оценка остатка ряда.	1	вопросы в рубежной контрольной			[1], [2], [3], [4], [5]
17	**Степенные ряды.** Основные понятия. Теорема Абеля. Разложение функций в степенные ряды. Применение рядов в приближенных вычислениях .	2	2	Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: Непрерывность суммы	2	Опрос, решение задач на практических занятиях			[1], [2], [3], [4], [5]
18	Элементы теории функции комплексного переменного. .	2	2	Формула Муавра. Извлечение корней.	2	Опрос, решение задач на практических занятиях			[1], [2], [3], [4], [5]
	Текущий контроль						**0**	**20**	
	2-я рубежная контрольная работа						**0**	**30**	
	ИТОГО часов	**36**	**36**		**27**				
	ИТОГО за 2 модуль						**0**	**50**	
	ИТОГО за 2 семестр						**0**	**100**	

Примечание:

Отдельные виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

При использовании индивидуальных образовательных траекторий в рамках индивидуального учебного плана подготовки специалиста изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием платформы дистанционного обучения Moodle, личный кабинет студента на сайте СОГУ, других элементов ЭИОС СОГУ.

.

6. Образовательные технологии

Для достижения планируемых результатов освоения дисциплины, используются различные образовательные технологии:

- традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий;
- лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции;
- доклад (реферат) – студент готовит краткое сообщение по вопросу темы, оформляет работу в соответствии с требованиями и сдает ее преподавателю
- онлайн-занятие – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника (Zoom, Skype, и др.);
- видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Технология электронного обучения - реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ (при использовании ресурсов ЭБС), в ходе проведения автоматизированного тестирования и т. д.

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется на протяжении изучения всей дисциплины в соответствии с утвержденной в учебном плане трудоемкостью (для очной формы обучения 216 часов) и состоит из:

- работы студентов с лекционными материалами, поиска и анализа литературы и электронных источников информации по заданной теме;
- выполнения заданий для самостоятельной работы в ЭИОС СОГУ;
- подготовки к промежуточным контрольным работам и к итоговым тестам;
- подготовки к экзамену.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические указания по проведению практических занятий

В начале практического занятия следует обратить внимание на теоретические вопросы по теме занятия. Первоначально идет изложение теоретического материала темы занятия. Затем в ряде вопросов преподавателя следует сконцентрировать внимание на основных идеях темы занятия. Вопросы должны включать в себя различные вариации

элементарных ситуаций, отображающих основные идеи темы занятия в их взаимной взаимосвязи. Задаваемые вопросы-задачи должны быть короткими и максимально проявлять в студентах их сообразительность.

После предварительной части следует начинать решать задачи, имеющих более длинные сценарии взаимодействия основных идей темы занятия. При этом следует избегать трудоемких задач, включающих освоение незначительного числа приемов. В процессе решения задачи следует всегда увязывать шаги алгоритма решения задачи с теоретическими основами изучаемого алгоритма и добиваться понимания механизма действия изучаемого алгоритма.

Различают фронтальный, индивидуальный и комбинированный опрос.

Фронтальный опрос проводится в форме беседы преподавателя с группой.

Он органически сочетается с повторением пройденного, являясь средством для закрепления знаний и умений. Его достоинство в том, что на активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом. С помощью фронтального опроса преподаватель имеет возможность проверить выполнение студентами домашнего задания, выяснить готовность группы к изучению нового материала.

Индивидуальный опрос предполагает обстоятельные, связные ответы студентов на вопрос, относящийся к изучаемому учебному материалу, поэтому он служит важным учебным средством развития речи, памяти, мышления студентов. Чтобы сделать такую проверку более глубокой, необходимо ставить перед студентами вопросы, требующие развернутого ответа.

Вопросы для индивидуального опроса должны быть четкими, ясными, конкретными, емкими, иметь прикладной характер, охватывать основной, ранее пройденный материал программы. Их содержание должно стимулировать студентов логически мыслить, сравнивать, анализировать, доказывать, подбирать убедительные примеры, устанавливать причинно-следственные связи, делать обоснованные выводы и этим способствовать объективному выявлению знаний студентов.

Вопросы обычно задают всей группе и после небольшой паузы, необходимой для того, чтобы студенты поняли его и приготовились к ответу, вызывают для ответа конкретного студента.

Письменная проверка наряду с устной является важнейшим методом контроля знаний, умений и навыков студентов. Однородность работ, выполняемых студентами, позволяет предъявлять ко всем одинаковые требования, попытает объективность оценки результатов обучения. Применение этого метода дает возможность в наиболее короткий срок одновременно проверить усвоение учебного материала всеми студентами группы, определить направления для индивидуальной работы с каждым.

Письменная проверка используется во всех видах контроля и осуществляется как в аудиторной, так и во внеаудиторной работе (выполнение домашних заданий).

Компьютерное тестирование позволяет осуществлять итоговый контроль знаний студентов. Тестовый материал включает в себя содержание вопросов по каждому из обозначенных программой разделов.

В процессе компьютерного тестирования, задачей студента является определить правильный ответ из предложенных вариантов или дать ответ на поставленный вопрос.

Методические рекомендации по написанию рефератов (докладов)

Реферат (доклад) – письменная работа по определенной научной проблеме, краткое изложение содержания научного труда или научной проблемы. Он является действенной формой самостоятельного исследования научных проблем на основе изучения текстов, специальной литературы, а также на основе личных наблюдений, исследований и

практического опыта. Реферат помогает выработать навыки и приемы самостоятельного научного поиска, грамотного и логического изложения избранной проблемы и способствует приобщению студентов к научной деятельности.

Последовательность работы:

1. Выбор темы исследования. Тема реферата выбирается студентом на основе его научного интереса. Также помощь в выборе темы может оказать преподаватель.

2. Планирование исследования. Включает составление календарного плана научного исследования и плана предполагаемого реферата. Календарный план исследования включает следующие элементы: выбор и формулирование проблемы, разработка плана исследования и предварительного плана реферата; сбор и изучение исходного материала, поиск литературы; анализ собранного материала, теоретическая разработка проблемы; сообщение о предварительных результатах исследования; литературное оформление исследовательской проблемы; обсуждение работы (на семинаре и т. п.).

План реферата характеризует его содержание и структуру. Он должен включать в себя: введение, где обосновывается актуальность проблемы, ставятся цель и задачи исследования; основная часть, в которой раскрывается содержание проблемы; заключение, где обобщаются выводы по теме и даются практические рекомендации.

3. Поиск и изучение литературы. Для выявления необходимой литературы следует обратиться в библиотеку или к преподавателю. Подобранную литературу следует зафиксировать согласно ГОСТ по библиографическому описанию произведений печати.

Для разработки реферата достаточно изучение 4-5 важнейших статей по избранной проблеме. При изучении литературы необходимо выбирать материал, не только подтверждающий позицию автора реферата, но и материал для полемики.

4. Обработка материала. При обработке полученного материала автор должен: систематизировать его по разделам; выдвинуть и обосновать свои гипотезы; определить свою позицию, точку зрения по рассматриваемой проблеме; уточнить объем и содержание понятий, которыми приходится оперировать при разработке темы; сформулировать определения и основные выводы, характеризующие результаты исследования; окончательно уточнить структуру реферата.

5. Оформление реферата. При оформлении реферата рекомендуется придерживаться следующих правил: Следует писать то, что ет выразить сущность проблемы, ее логику; Писать строго последовательно, логично, доказательно (по схеме: тезис – обоснование – вывод); Писать, выражая свою позицию, пропагандируя полученные результаты; Писать осмысленно, соблюдая правила грамматики, не злоупотребляя наукообразными выражениями.

Реферат выполняется в соответствии с требованиями стандартов, разработанных для данного вида документов. Работа должна быть выполнена на белой бумаге стандартного листа А4. Текст должен быть отпечатан на компьютере в текстовом редакторе Microsoft Word и отвечать следующим требованиям: параметры полей страниц должны быть в пределах: верхнее и нижнее – по 20 мм, правое – 10 мм, левое – 30 мм, шрифт – Times New Roman , размер шрифта – 14, межстрочный интервал – полуторный. Нумерация страниц в реферате должна быть сквозной, начиная с третьей страницы. Номер проставляется арабскими цифрами снизу каждой страницы справа.

При изложении материала необходимо придерживаться принятого плана.

Библиографический список составляется на основе источников, которые были просмотрены и изучены студентом при написании реферата. Данный список отражает самостоятельную творческую работу студента, что позволяет судить о степени его подготовки и углублении в выбранную тематику. Вся использованная литература размещается в следующем порядке: законодательные акты, постановления, нормативные документы; вся учебная литература в алфавитном порядке, затем средства периодической печати в алфавитном порядке; источники из сети Интернет.

Темы рефератов (докладов)

1. Применение понятия производной в экономике.
2. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики
3. Функции многих переменных в экономической теории
4. Числа Фибоначчи. Золотое сечение.
5. Удивительное число пи.
6. Магические квадраты.
7. Знаменитые задачи древности.
8. Интуиция и математика.
9. Развитие понятия функции
10. Связь математики с другими науками.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Общим средством контроля является введенная в университете балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов специалитета и направлений бакалавриата.

К оценочным средствам текущего контроля относятся:

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на лекционных и практических занятиях, а также короткие (до 15 мин.) контрольные задания, выполняемые студентами в начале лекции с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или в конце лекции для выяснения степени усвоения изложенного материала, а также на практических занятиях.

Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится два таких контрольных мероприятия по графику.

К оценочным средствам текущего контроля относятся:

Выполнение заданий на практических занятиях – 10 баллов

Критерии оценки:

10 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, приходит к самостоятельным аргументированным выводам.

8-9 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, но допускает ошибки вычислительного характера.

6-7 баллов – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности, знает различные точки зрения по обсуждаемой проблеме, но возникают трудности с их анализом, умеет излагать собственную позицию, но не все выводы носят доказательный характер.

5-4 балла – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности.

3 балла – студент дает решение выполняемого задания после подсказки аудитории,

студент плохо владеет теоретическим материалом, допускает много неточностей.

2 балла – студент дает решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент плохо владеет теоретическим материалом.

1 балл – студент дает решение выполняемого задания по подсказкам аудитории, студент не владеет теоретическим материалом.

0 баллов – студент отказывается выходить к доске

Выполнение домашних заданий – 5 баллов

Домашняя (внеаудиторная) подготовка включает в себя ответы на устные вопросы по пройденному теоретическому материалу и выполнение практических заданий. Оценивается до 3 баллов.

Критерии оценки домашней (внеаудиторной) подготовки.

5 баллов - ответ отличается последовательностью, логикой изложения, легко воспринимается аудиторией, при ответе на вопрос отвечающий демонстрирует глубину владения представленным материалом, ответы формулируются аргументировано, обосновывается решение задачи. Студент в полном объеме выполнил домашнее задание.

3-4 балла – устный ответ отличается последовательностью, логикой изложения, но обоснование сделанных выводов не достаточно аргументировано, неполно раскрыто содержание проблемы, решение задачи неполное.

1-2 балла – отвечающий передает содержание проблемы, но не демонстрирует знание точных формулировок, выступление воспринимается аудиторией сложно, ответы на вопросы поверхностные, либо вызывают затруднение, нет решения задач.

0 баллов - студент не выполнил домашнее задание.

Выполнение самостоятельных работ - 10 баллов

Самостоятельная работа как вид деятельности студента очень многогранна. В качестве форм работы для изучения курса «Математика» предлагаются следующие ее разновидности:

- работа с учебной и научной литературой;
- выполнение аудиторной, рубежной контрольной работы;
- подготовка к тестированию.

Целью самостоятельной работы для студентов является более глубокое знакомство с ключевыми теоретическими вопросами, изучаемыми на лекциях.

Задачи самостоятельной работы:

- обретение навыков самостоятельной научно-исследовательской работы на основе анализа текстов источников и применения различных методов исследования;
- выработка умения самостоятельно и критически подходить к изучаемому материалу;
- формирование профессиональной компетенции курса.

Защита рефератов -5 баллов

5 баллов - оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата полностью раскрывает тему, в работе имеются примеры исследования, ответы даны на все дополнительные вопросы;

3 - 4 балла – оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата полностью раскрыто, частично представлены примеры исследования, ответы даны не на все дополнительные вопросы;

0 - 2 балла – оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата не полностью раскрыто, отсутствуют примеры исследования, нет ответов на дополнительные вопросы.

Форма контроля	Мин. кол-во баллов	Макс. кол-во баллов
Текущая оценка студента в течение 1-9 недели состоит из:	**0**	**20**
• ***Выполнения заданий на практических занятиях***		10
• ***Выполнения домашних заданий***		5
• ***Самостоятельной работы***		10
• ***Защиты рефератов***		5
1-я рубежная контрольная работа		**30**
Итого за 1 модуль	**0**	**50**
Текущая оценка студента в течение 10-18 недели состоит из:	**0**	**20**
• ***Выполнения заданий на практических занятиях***		10
• ***Выполнения домашних заданий***		5
• ***Самостоятельной работы***		10
• ***Защиты рефератов***		5
2-я рубежная контрольная работа		**30**
Итого за 2 модуль	**0**	**50**
Итого за семестр	**0**	**100**

Методика формирования результирующей оценки

В ходе текущего контроля студенты могут набрать 0-100 баллов:

1 –я рубежная аттестация - максимально 50 баллов; из них:

0 – 30 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ (P_1);

0 -20 баллов – текущая работа студента (T_1)

2-я рубежная аттестация – максимально 50 баллов; из них:

0 - 30 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ (P_2);

0 - 20 баллов – текущая работа студента (T_2)

За устный ответ на экзамене студент получает 0-60 баллов.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Экзамен».

Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле .

$$(T_1 + T_2) + 0{,}5 \cdot (P_1 + P_2 + Э)$$

Шкала итоговой академической успеваемости студентов по дисциплине

Система оценок СОГУ		
Сумма баллов	Название	Числовой эквивалент
86 - 100	отлично	5
71-85	хорошо	4
56-70	удовлетворительно	3

Оценивание ответа студента на экзамене

Характеристика ответа	*Баллы*
Студент показал исчерпывающие глубокие знания всего материала программы, полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. При этом должны быть получены логически последовательные, содержательные, полные, правильные и конкретные ответы на все вопросы экзаменационного билета	55-60
Даны последовательные, правильные, конкретные ответы на поставленные вопросы. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	49-54
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	43-48
Студент показал недостаточно полное знание и понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений отдельных вопросов программного материала. В основном правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на поставленные вопросы; при ответах на отдельные вопросы имеют место незначительные неточности в раскрытии рассматриваемых процессов и явлений.	37-42
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	31-36
Дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания студентом их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	20-30
Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.	1-19
Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины	0

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций ОПК-3 и ПК-1			
«Минимальный уровень» (менее 55 баллов)	*«Минимальный уровень» (56-70 баллов)*	*«Средний уровень» (71-85 баллов)*	*«Высокий уровень» (86-100 баллов)*

Компетенции не сформированы.	*Компетенции сформированы.*	*Компетенции сформированы.*	*Компетенции сформированы.*
Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
Обучающийся демонстрирует: существенные пробелы в знаниях учебного материала; допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета; отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	*Обучающийся демонстрирует*: знания теоретического материала; неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	*Обучающийся демонстрирует*: знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; твердые знания теоретического материала. способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; умение решать практические задания, которые следует выполнить;	*Обучающийся демонстрирует:* - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; логически последовательные,

		владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в ответах на	содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора; умение решать практические задания; свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»

Вопросы к экзамену 1 семестр

1. Расстояние между двумя точками.
2. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи.
3. Угловой коэффициент прямой.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Общее уравнение прямой.
6. Угол между двумя прямыми.
7. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
8. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
9. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
10. Векторы на плоскости и в пространстве
11. Длина и направление вектора.
12. Проекция вектора на ось.
13. Разложение вектора по базису.
14. Скалярное произведение векторов.
15. Векторное произведение векторов.
16. Основные сведения о матрицах.
17. Операции над матрицами.
18. Определители квадратных матриц.
19. Свойства определителей.
20. Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
21. Общее уравнение плоскости. Частные случаи расположения плоскости в координатном пространстве.
22. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей
23. Прямая в пространстве. Общее уравнение, параметрическое уравнение.

24. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.
25. Понятие множества.
26. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. .
27. Понятие функции. Способы задания функции.
28. Понятие неявной, обратной и сложной функций.
29. Применение функций в экономике.
30. Предел числовой последовательности.
31. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы.
32. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины.
33. Основные теоремы о пределах.
34. Два замечательных предела.
35. Непрерывность функции. Некоторые свойства непрерывных функций.
36. Точки разрыва функции.
37. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.
38. Задача о производительности. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Экономический смысл производной.
39. Производная неявной, обратной и сложной функций.
40. Правило Лопиталя.
41. Условие постоянства, возрастания и убывания функции.
42. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
43. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
44. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
45. Дифференциал функции.

Вопросы к экзамену 2 семестр

1. Первообразная функции. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
2. Методы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.
3. Определение определенного интеграла. Его геометрический и экономический смысл. Основные свойства определенного интеграла.
4. Формула Ньютона-Лейбница. Метод интегрирования подстановкой и метод интегрирования по частям для определенного интеграла.
5. Несобственные интегралы 1-го рода.
6. Несобственные интегралы 2-го рода
7. Некоторые приложения определенного интеграла.
8. Дифференциальные уравнения. Общие понятия.
9. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
10. Однородные дифференциальные уравнения 1-гопорядка.
11. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
12. Функции нескольких переменных (фнп). Основные понятия.
13. Предел и непрерывность фнп.
14. Частные производные и дифференциал фнп.
15. Экстремум фнп.
16. Наибольшее и наименьшее значения фип. Условный экстремум.
17. Числовые ряды. Основные понятия. Сходимость ряда. Некоторые свойства числовых рядов.
18. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.
19. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
20. Степенные ряды. Применение рядов в приближенных вычислениях.

21. Элементы теории функции комплексного переменного.

Примерные задания для контрольных работ

Уравнение линии на плоскости

Пример. Найти уравнение прямой, проходящей через точки A(1, 2) и B(3, 4).

Применяя формулу $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$, получаем:

$$y-2=\frac{4-2}{3-1}(x-1)$$
$$y-2=x-1$$
$$x-y+1=0$$

Пример. Задано общее уравнение прямой x–y+1= 0. Найти уравнение этой прямой в отрезках.

C = 1 $-\frac{x}{1}+\frac{y}{1}=1$, a = -1, b = 1.

Пример. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-2, -3) и начало координат.

Уравнение прямой имеет вид: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$, где $x_1 = y_1 = 0$; $x_2 = -2$; $y_2 = -3$.

$$\frac{x-0}{-2-0}=\frac{y-0}{-3-0};\qquad \frac{x}{-2}=\frac{y}{-3};\qquad 3x-2y=0.$$

Пример. Определить угол между прямыми: y = -3x + 7; y = 2x + 1.

$k_1 = -3$; $k_2 = 2$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\varphi = \left|\frac{2-(-3)}{1-(-3)2}\right| = 1$; $\varphi = \pi/4$

Пример. Даны вершины треугольника A(0; 1), B(6; 5), C(12; -1). Найти уравнение высоты, проведенной из вершины C.

Находим уравнение стороны AB: $\frac{x-0}{6-0}=\frac{y-1}{5-1}$; $\frac{x}{6}=\frac{y-1}{4}$; 4x = 6y – 6;

2x – 3y + 3 = 0; $y=\frac{2}{3}x+1$.

Искомое уравнение высоты имеет вид: Ax + By + C = 0 или y = kx + b.

k = $-\frac{3}{2}$. Тогда y = $-\frac{3}{2}x+b$. Т.к. высота проходит через точку C, то ее координаты удовлетворяют данному уравнению: $-1=-\frac{3}{2}12+b$, откуда b = 17. Итого: $y=-\frac{3}{2}x+17$.

Ответ: 3x + 2y – 34 = 0.

Для самостоятельного решения:

Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(5;1) под углом 45^0 к оси Ox.

Дана прямая $2x+5y-1=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(-1;3)

Даны вершины треугольника A(-1;3); B(3;-2) и C(5;3). Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC параллельно данной прямой.

Даны вершины треугольника: A(3;0), B(-5;6) и C(-4;1). Определить длину медианы, проведенной из вершины C.

Даны вершины треугольника: A(3;5), B(-3;3) и C(5;-8). Определить длину медианы, проведенной из вершины C.

Найти угловые коэффициенты прямых и определить, какие из данных прямых перпендикулярны прямой $2x - y + 3 = 0$ 1) $4x + 8y + 17 = 0$; 2) $4x - 8y - 11 = 0$; 3) $y = -\frac{1}{2}x + 6$; 4) $y = -2x - 7$ 5) $\frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$

Даны вершины треугольника A(3;0); B(-5;6) и C(-4;1). Составить уравнение высоты, опущенной из вершины C.

Даны точки A(2;4) и B(-2;6). Найти сумму координат середины отрезка AB

Записать уравнение прямой, проходящей через точку A(-3;3)

Кривые 2-го порядка

Пример. Найти координаты центра и радиус окружности, если ее уравнение задано в виде:

$$2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y - 4 = 0.$$

Для нахождения координат центра и радиуса окружности данное уравнение необходимо привести к виду, указанному выше в п.9. Для этого выделим полные квадраты:

$$x^2 + y^2 - 4x + 2{,}5y - 2 = 0$$
$$x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 + 2{,}5y + 25/16 - 25/16 - 2 = 0$$
$$(x - 2)^2 + (y + 5/4)^2 - 25/16 - 6 = 0$$
$$(x - 2)^2 + (y + 5/4)^2 = 121/16$$

Отсюда находим O(2; -5/4); R = 11/4.

Пример. Составить уравнение эллипса, если его фокусы $F_1(0;\ 0)$, $F_2(1;\ 1)$, большая ось равна 2.

Уравнение эллипса имеет вид: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Расстояние между фокусами:

$2c = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$, таким образом, $a^2 - b^2 = c^2 = ½$

по условию 2a = 2, следовательно a = 1, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{1 - 1/2} = \sqrt{2}/2$.

Итого: $\frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{1/2} = 1$.

Пример. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет равен 2, а фокусы совпадают с фокусами эллипса с уравнением $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Находим фокусное расстояние $c^2 = 25 - 9 = 16$.

Для гиперболы: $c^2 = a^2 + b^2 = 16$, $e = c/a = 2$; $c = 2a$; $c^2 = 4a^2$; $a^2 = 4$; $b^2 = 16 - 4 = 12$.

Итого: $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ - искомое уравнение гиперболы.

Пример. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, расстояние которой от директрисы равно 4.

Из уравнения параболы получаем, что p = 4.

r = x + p/2 = 4; следовательно:

x = 2; $y^2 = 16$; $y = \pm 4$. Искомые точки: $M_1(2;\ 4)$, $M_2(2;\ -4)$.

Для самостоятельного решения:

Определить полуоси, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса $3x^2+4y^2-12=0$

Составить каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точки A(2;1) и B(-4; $\sqrt{7}$)

Найти центр и радиус окружности $x^2+y^2+4x+12y+15=0$

Составить каноническое уравнение эллипса $9x^2+25y^2-225=0$. Найти эксцентриситет эллипса.

Найти расстояние между фокусами гиперболы $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$

Найти асимптоты гиперболы, заданной уравнением $4x^2-9y^2=36$

Определители и матрицы

<u>Пример.</u> Даны матрицы A = $\begin{pmatrix}1&0&3\\2&4&1\\1&-4&2\end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ и число α = 2. Найти $A^TB+\alpha C$.

$A^T=\begin{pmatrix}1&2&1\\0&4&-4\\3&1&2\end{pmatrix}$; $A^TB=\begin{pmatrix}1&2&1\\0&4&-4\\3&1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot1+2\cdot3+1\cdot2\\0\cdot1+4\cdot3-4\cdot2\\3\cdot1+1\cdot3+2\cdot2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\4\\10\end{pmatrix}$ $\alpha C=\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$

; $A^TB+\alpha C=\begin{pmatrix}9\\4\\10\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\8\\12\end{pmatrix}$.

<u>Пример.</u> Найти произведение матриц A = $\begin{pmatrix}1\\4\\3\end{pmatrix}$ и B = $\begin{pmatrix}2&4&1\end{pmatrix}$.

$$AB=\begin{pmatrix}1\\4\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&4&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot2&1\cdot4&1\cdot1\\4\cdot2&4\cdot4&4\cdot1\\3\cdot2&3\cdot4&3\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4&1\\8&16&4\\6&12&3\end{pmatrix}.$$

$$BA=\begin{pmatrix}2&4&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\4\\3\end{pmatrix}=2\cdot1+4\cdot4+1\cdot3=2+16+3=21.$$

<u>Пример.</u> Вычислить определитель матрицы A = $\begin{pmatrix}1&2&1\\0&-2&3\\3&1&1\end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix}1&2&1\\0&-2&3\\3&1&1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}-2&3\\1&1\end{vmatrix}-2\cdot\begin{vmatrix}0&3\\3&1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}0&-2\\3&1\end{vmatrix}=(-2\cdot1-1\cdot3)-2(0\cdot1-3\cdot3)+(0\cdot1+3\cdot2)==$ -5 + 18 + 6 = 19.

<u>Пример.</u> Дана матрица A = $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, найти обратную A^{-1}.

det A = 4 - 6 = -2.

$M_{11}=4$; $M_{12}=3$; $M_{21}=2$; $M_{22}=1$

$x_{11}=-2$; $x_{12}=1$; $x_{21}=3/2$; $x_{22}=-1/2$

Таким образом, $A^{-1}=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$.

<u>Пример.</u> Определить ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{pmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} = 11-10=1 \neq 0 \Rightarrow \ \mathrm{RgA}=2$$

Для самостоятельного решения:

Найти алгебраические дополнения элементов 3-го столбца матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислить определитель, разложив его по элементам 2-й строки

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Найти произведение матриц $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Упростить и вычислить определитель

$$A=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

Определить ранг матрицы. $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

Определить ранг матрицы. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \sim$

Найти матрицу, обратную данной $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Вычислить A^2, если $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

Вычислить матрицу D=ABC, где

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 3 & 0 & 3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 5\end{pmatrix}$$

Решение систем линейных уравнений

<u>Пример.</u> Решить систему уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases}5x-y-z=0\\ x+2y+3z=14\\ 4x+3y+2z=16\end{cases}$$

$$\mathrm{X}=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix},\ \mathrm{B}=\begin{pmatrix}0\\ 14\\ 16\end{pmatrix},\ \mathrm{A}=\begin{pmatrix}5 & -1 & -1\\ 1 & 2 & 3\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix}$$

Найдем обратную матрицу A^{-1}.

$$\Delta=\det A=\begin{vmatrix}5 & -1 & -1\\ 1 & 2 & 3\\ 4 & 3 & 2\end{vmatrix}=5(4-9)+1(2-12)-1(3-8)=-25-10+5=-30.$$

$$M_{11}=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{vmatrix}=-5;\qquad M_{21}=\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 3 & 2\end{vmatrix}=1;\qquad M_{31}=\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 2 & 3\end{vmatrix}=-1;$$

$$M_{12}=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 4 & 2\end{vmatrix}=-10;\qquad M_{22}=\begin{vmatrix}5 & -1\\ 4 & 2\end{vmatrix}=14;\qquad M_{32}=\begin{vmatrix}5 & -1\\ 1 & 3\end{vmatrix}=16;$$

$$M_{13}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{vmatrix}=-5;\qquad M_{23}=\begin{vmatrix}5 & -1\\ 4 & 3\end{vmatrix}=19;\qquad M_{33}=\begin{vmatrix}5 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=11;$$

$$a_{11}^{-1}=\frac{5}{30};\quad a_{12}^{-1}=\frac{1}{30};\quad a_{13}^{-1}=\frac{1}{30};$$

$$a_{21}^{-1}=-\frac{10}{30};\quad a_{22}^{-1}=-\frac{14}{30};\quad a_{23}^{-1}=\frac{16}{30};\qquad A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{6} & \frac{1}{30} & \frac{1}{30}\\ -\frac{1}{3} & -\frac{7}{15} & \frac{8}{15}\\ \frac{1}{6} & \frac{19}{30} & -\frac{11}{30}\end{pmatrix};$$

$$a_{31}^{-1}=\frac{5}{30};\quad a_{32}^{-1}=\frac{19}{30};\quad a_{33}^{-1}=-\frac{11}{30};$$

Сделаем проверку:

$$A\cdot A^{-1}=\begin{pmatrix}5 & -1 & -1\\ 1 & 2 & 3\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{5}{30} & \frac{1}{30} & \frac{1}{30}\\ -\frac{10}{30} & -\frac{14}{30} & \frac{16}{30}\\ \frac{5}{30} & \frac{19}{30} & -\frac{11}{30}\end{pmatrix}=\frac{1}{30}\begin{pmatrix}25+10-5 & 5+14-19 & 5-16+11\\ 5-20+15 & 1-28+57 & 1+32-33\\ 20-30+10 & 4-42+38 & 4+48-22\end{pmatrix}=E.$$

Находим матрицу X.

$$\mathrm{X}=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}\frac{1}{6} & \frac{1}{30} & \frac{1}{30}\\ -\frac{1}{3} & -\frac{7}{15} & \frac{8}{15}\\ \frac{1}{6} & \frac{19}{30} & -\frac{11}{30}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\ 14\\ 16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{6}0+\frac{14}{30}+\frac{16}{30}\\ -\frac{1}{3}0-\frac{98}{15}+\frac{128}{15}\\ \frac{1}{6}0+\frac{266}{30}-\frac{176}{30}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}.$$

Итого решения системы: x =1; y = 2; z = 3.

<u>Пример.</u> Найти решение системы уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5(4 - 9) + (2 - 12) - (3 - 8) = -25 - 10 + 5 = -30;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (28 - 48) - (42 - 32) = -20 - 10 = -30.$$

$x_1 = \Delta_1/\Delta = 1$;

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix} = 5(28 - 48) - (16 - 56) = -100 + 40 = -60.$$

$x_2 = \Delta_2/\Delta = 2$;

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 5(32 - 42) + (16 - 56) = -50 - 40 = -90.$$

$x_3 = \Delta_3/\Delta = 3$.

Как видно, результат совпадает с результатом, полученным выше матричным методом.

<u>Пример.</u> Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу системы.

$$A^* = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & 3 & -3 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 15 & -22 & 31 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Таким образом, исходная система может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 5x_2 - 7x_3 = 11 \\ -x_3 = -2 \end{cases}$$, откуда получаем: $x_3 = 2$; $x_2 = 5$; $x_1 = 1$.

Для самостоятельного решения:

Решить системы методом Гаусса, по формулам Крамера и методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y-6z=12 \\ 3x+2y+5z=-10 \\ 2x+5y-3z=6 \end{cases}$$

Векторы

<u>Пример.</u> Найти $(5\vec{a}+3\vec{b})(2\vec{a}-\vec{b})$, если $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $\vec{a}\perp\vec{b}$.

$10\vec{a}\cdot\vec{a}-5\vec{a}\cdot\vec{b}+6\vec{a}\cdot\vec{b}-3\vec{b}\cdot\vec{b}=10|\vec{a}|^2-3|\vec{b}|^2=40-27=13$,

т.к. $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2=4$, $\vec{b}\cdot\vec{b}=|\vec{b}|^2=9$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

<u>Пример.</u> Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=6\vec{i}+4\vec{j}-2\vec{k}$.

Т.е. $\vec{a}=(1, 2, 3)$, $\vec{b}=(6, 4, -2)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=6+8-6=8$:

$|\vec{a}|=\sqrt{1+4+9}=\sqrt{14}$; $|\vec{b}|=\sqrt{36+16+4}=\sqrt{56}$.

$\cos\varphi=\dfrac{8}{\sqrt{14}\sqrt{56}}=\dfrac{8}{2\sqrt{14}\sqrt{14}}=\dfrac{4}{14}=\dfrac{2}{7}$; $\varphi=\arccos\dfrac{2}{7}$.

<u>Пример.</u> Найти скалярное произведение векторов $2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}$ и $5\vec{a}+6\vec{b}+7\vec{c}$, если $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{c}|=3$, $\vec{a}\wedge\vec{b}=\vec{a}\wedge\vec{c}=\vec{b}\wedge\vec{c}=\dfrac{\pi}{3}$.

$(2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c})(5\vec{a}+6\vec{b}+7\vec{c})=10\vec{a}\cdot\vec{a}+12\vec{a}\cdot\vec{b}+14\vec{a}\cdot\vec{c}+15\vec{a}\cdot\vec{b}+18\vec{b}\cdot\vec{b}+21\vec{b}\cdot\vec{c}+$

$+20\vec{c}\cdot\vec{a}+24\vec{b}\cdot\vec{c}+28\vec{c}\cdot\vec{c}=10\,\vec{a}\cdot\vec{a}+27\vec{a}\cdot\vec{b}+34\vec{a}\cdot\vec{c}+45\vec{b}\cdot\vec{c}+18\vec{b}\cdot\vec{b}+28\vec{c}\cdot\vec{c}=10+$

$+27+51+135+72+252=547$.

<u>Пример.</u> Найти векторное произведение векторов $\vec{a}=2\vec{i}+5\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$.

$\vec{a}=(2, 5, 1)$; $\vec{b}=(1, 2, -3)$

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -3\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}5 & 1 \\ 2 & -3\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & 1 \\ 1 & -3\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & 5 \\ 1 & 2\end{vmatrix}=-17\vec{i}+7\vec{j}-\vec{k}.$$

<u>Пример.</u> Доказать, что векторы $\vec{a}=7\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-7\vec{j}+8\vec{k}$ и $\vec{c}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ компланарны.

$\begin{pmatrix}1 & -1 & 1 \\ 3 & -7 & 8 \\ 7 & -3 & 2\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & -5\end{pmatrix}$, т.к. векторы линейно зависимы, то они компланарны.

<u>Пример.</u> Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}+3\vec{b}$; $3\vec{a}+\vec{b}$, если $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$; $\vec{a}\wedge\vec{b}=30^0$.

$(\vec{a}+3\vec{b})\times(3\vec{a}+\vec{b})=3\vec{a}\times\vec{a}+\vec{a}\times\vec{b}+9\vec{b}\times\vec{a}+3\vec{b}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}+9\vec{b}\times\vec{a}=8\vec{b}\times\vec{a}$

$S=8|\vec{b}||\vec{a}|\sin 30^0=4$ (ед^2).

Для самостоятельного решения:

Найти длину вектора $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}$

Даны векторы $\vec{a} = (-3;4;1)$ и $\vec{b} = (1;1;1)$. Найти скалярное произведение векторов

Даны векторы $\vec{a} = (-2;3;4)$ и $\vec{b} = (1;1;0)$. Найти векторное произведение векторов

Доказать, что векторы $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ и $\vec{c} = -3\vec{i} + 12\vec{j} + 6\vec{k}$ компланарны.

Вычислить площадь треугольника с вершинами A(7,3,4), B(1, 0, 6),C(4, 5, -2).

Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$

Предел и непрерывность функции

<u>Пример:</u> Найти предел $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$.

Как видно, при попытке непосредственного вычисления предела получается неопределенность вида $\dfrac{0}{0}$. Функции, входящие в числитель и знаменатель дроби удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

$f'(x) = 2x + \dfrac{1}{x}$; $\qquad g'(x) = e^x$;

$$\lim_{x\to 1} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{2x + \frac{1}{x}}{e^x} = \frac{2+1}{e} = \frac{3}{e};$$

<u>Пример:</u> Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\pi - 2arctgx}{e^{\frac{3}{x}} - 1}$.

$$f'(x) = -\frac{2}{1+x^2}; \qquad g'(x) = e^{\frac{3}{x}} \cdot \frac{-3}{x^2};$$

$$\lim_{x\to\infty}\left[-\frac{2x^2}{(1+x^2)e^{\frac{3}{x}}(-3)}\right] = \frac{-2}{(0+1)\cdot 1\cdot(-3)} = \frac{2}{3}.$$

Если при решении примера после применения правила Лопиталя попытка вычислить предел опять приводит к неопределенности, то правило Лопиталя может быть применено второй раз, третий и т.д. пока не будет получен результат. Естественно, это возможно только в том случае, если вновь полученные функции в свою очередь удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

<u>Пример:</u> Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{xe^{\frac{x}{2}}}{x + e^x}$.

$$f'(x) = e^{\frac{x}{2}}(1 + \frac{1}{2}x); \qquad g'(x) = 1 + e^x;$$

$$f''(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + \frac{x}{4}e^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}}(4+x); \qquad g''(x) = e^x;$$

$$\lim_{x\to\infty} = \frac{\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}}(4+x)}{e^x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{4}(4+x)}{e^{\frac{x}{2}}}$$

$$f'''(x) = \frac{1}{4}; \qquad g'''(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}; \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1}{2e^{\frac{x}{2}}} = 0;$$

<u>Пример:</u> Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{e^{2x}}$.

$f'(x)=2x;\qquad g'(x)=2e^{2x};\qquad \lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{e^{2x}}=\frac{\infty}{\infty}$; - получили неопределенность. Применяем правило Лопиталя еще раз.

$f''(x)=2;\qquad g'(x)=4e^{2x};\qquad \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{2e^{2x}}=\frac{1}{\infty}=0$;

Для самостоятельного решения

Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2\sqrt{x^6+2}-3x^2+4}{3x^3-x^2}$:

Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-x+2}{2x^2+\sqrt{4x^6-1}}$:

Найти $\lim\limits_{x\to 0}\frac{7^{2x}-5^{3x}}{2x-arctg3x}$

Дифференциальное исчисление.
Производная

<u>Пример.</u> Найти производную функции $f(x)=(x^2+3x)^{x\cos x}$.

По полученной выше формуле получаем: $u=x^2+3x;\qquad v=x\cos x;$

Производные этих функций: $u'=2x+3;\quad v'=\cos x-x\sin x;$

Окончательно:

$$f'(x)=x\cos x\cdot(x^2+3x)^{x\cos x-1}\cdot(2x+3)+(x^2+3x)^{x\cos x}(\cos x-x\sin x)\ln(x^2+3x)$$

<u>Пример.</u> Найти производную функции $y=\ln tg\frac{x}{2}-\frac{x}{\sin x}$

$$y'=\frac{1}{tg\frac{x}{2}}\cdot\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sin x-x\cos x}{\sin^2 x}=\frac{1}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}-\frac{\sin x-x\cos x}{\sin^2 x}=\frac{\sin x-\sin x+x\cos x}{\sin^2 x}=$$

$$=\frac{x\cos x}{\sin^2 x}$$

<u>Пример</u>. Найти производную функции $y=x^2e^{x^2}\ln x$

$$y'=\left(x^2e^{x^2}\right)'\ln x+x^2e^{x^2}\frac{1}{x}=\left(2xe^{x^2}+x^2e^{x^2}2x\right)\ln x+xe^{x^2}=2xe^{x^2}(1+x^2)\ln x+xe^{x^2}=$$

$$=xe^{x^2}(1+2\ln x+2x^2\ln x)$$

Для самостоятельного решения

Найти производную: $y=ctg\sqrt{x}$

Найти производную: $y=tg(x+3)$

Найти производную: $y=6^{7x}$

Найти производную: $y=\sin x\cdot e^x$

Найти производную: $y=(2x+3)^3$

Найти производную: $y=\log_3(\ln^4 x)$.

Найти производную: $y=(\cos x)^{e^4}$.

Найти производную: $y=arctg(\sqrt[4]{x+2})$.

Приложения производной.

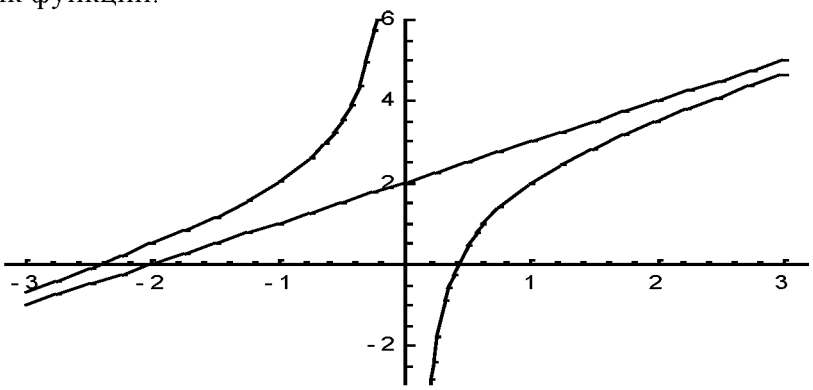
Пример. Найти асимптоты и построить график функции $y = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x}$.

1) Вертикальные асимптоты: y→+∞ x→0-0: y→-∞ x→0+0, следовательно, x = 0- вертикальная асимптота.
2) Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2} = \lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = 1$$

$$b = \lim_{x\to\infty}(f(x) - x) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x} - x\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2 + 2x - 1 - x^2}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x - 1}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(2 - \frac{1}{x}\right) = 2$$

Таким образом, прямая y = x + 2 является наклонной асимптотой.
Построим график функции:



Пример: Исследовать функцию $y = \dfrac{x^3 + 4}{x^2}$ и построить ее график.

1. Областью определения функции являются все значения x, кроме x = 0.
2. Функция является функцией общего вида в смысле четности и нечетности.
3. Точки пересечения с координатными осями: с осью Ox: y = 0; x = $-\sqrt[3]{4}$
с осью Oy: x = 0; y – не существует.
4. Точка x = 0 является точкой разрыва $\lim\limits_{x\to 0} y = \infty$, следовательно, прямая x = 0 является вертикальной асимптотой.

Наклонные асимптоты ищем в виде: y = kx + b.

$$k = \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^3 + 4}{x^3} = \lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{4}{x^3}\right) = 1$$

$$b = \lim_{x\to\infty}(f(x) - kx) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3 + 4}{x^2} - x\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^3} = 0.$$

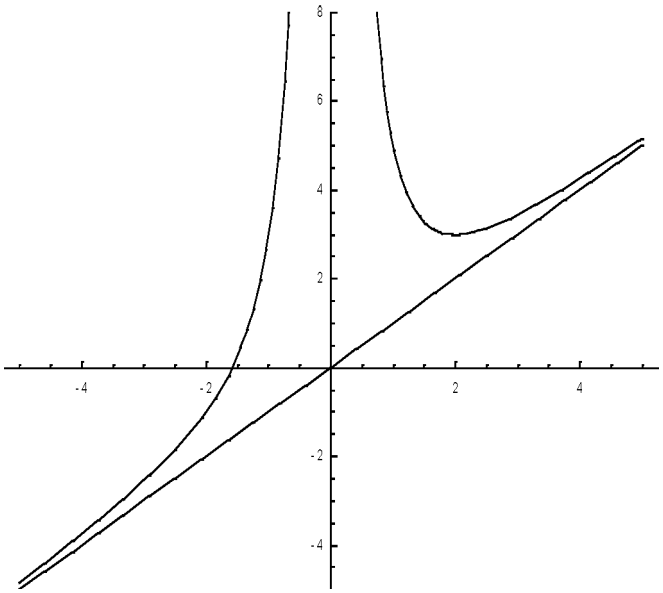
Наклонная асимптота y = x.
5. Находим точки экстремума функции.

$y' = 1 - \dfrac{8}{x^3}$; y′ = 0 при x = 2, y′ = ∞ при x = 0.

y′ > 0 при x ∈ (-∞, 0) – функция возрастает,
y′ < 0 при x ∈ (0, 2) – функция убывает,
y′ > 0 при x ∈ (2, ∞) – функция возрастает.
Таким образом, точка (2, 3) является точкой минимума.
Для определения характера выпуклости/вогнутости функции находим вторую производную.

$y'' = \dfrac{24}{x^4} > 0$ при любом x ≠ 0, следовательно, функция, вогнутая на всей области определения.

6. Построим график функции.



Для самостоятельного решения

Исследовать функцию. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$ и построить ее график.

Интегральное исчисление.

Неопределенный интеграл.

<u>Пример.</u> Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Сделаем замену $t = sinx$, $dt = cosxdt$.

$$\int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sin^{3/2} x + C.$$

<u>Пример.</u> $\int x(x^2 + 1)^{3/2} dx.$

Замена $t = x^2 + 1$; $dt = 2xdx$; $dx = \dfrac{dt}{2x}$; Получаем:

$$\int t^{3/2} \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{3/2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} t^{5/2} + C = \frac{t^{5/2}}{5} + C = \frac{(x^2 + 1)^{5/2}}{5} + C;$$

<u>Пример.</u> $\int x^2 \sin x dx = \begin{Bmatrix} u = x^2; & dv = \sin x dx; \\ du = 2xdx; & v = -\cos x \end{Bmatrix} = -x^2 \cos x + \int \cos x \cdot 2xdx =$

$$= \begin{Bmatrix} u = x; & dv = \cos x dx; \\ du = dx; & v = \sin x \end{Bmatrix} = -x^2 \cos x + 2\left[x \sin x - \int \sin x dx\right] = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2\cos x + C.$$

<u>Пример.</u>

$$\int \sin 7x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 5x dx - \frac{1}{2} \int \cos 9x dx = \frac{1}{10} \sin 5x - \frac{1}{18} \sin 9x + C.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{4dx}{\sin^2 2x} = \left\{ \frac{dctg2x}{dx} = \frac{-2}{\sin^2 x} \right\} = -2ctg2x + C$$

Для самостоятельного решения

Найти интегралы:

$\int x^2 arctgx\,dx$.

$\int \frac{x^3+1}{x^2-x}dx$.

$\int \frac{x^3+6x^2+13x+9}{(x+1)(x+2)^3}dx$.

$\int \frac{5x^4-x^3+4x^2+8}{x^3-8}dx$.

$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x-1}}$.

$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^6 x}dx$.

$\int \frac{\sin^3 x}{4+\cos x}dx$.

Определенный интеграл

Пример.

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \begin{Bmatrix} x=\sin t; \\ \alpha=0;\ \beta=\pi/2 \end{Bmatrix} = \int_0^{\pi/2}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t dt = \int_0^{\pi/2}\cos^2 t dt = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}(1+\cos 2t)dt =$$

$$= \frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4}+\frac{1}{4}\sin\pi = \frac{\pi}{4}.$$

Для самостоятельного решения

Найти интегралы**:**

$\int_1^2 \frac{x^2-2}{x^2}dx$

$\int_1^2 e^x\left(\frac{1}{e^x}-\frac{2e^{-x}}{x^2}\right)dx$

$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}dx$

$\int_0^{\pi} 2cos\frac{x}{2}dx$

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}}dx$

Дифференциальные уравнения

Пример. Найти общее решение дифференциального уравнения: $yy' = \frac{-2x}{\cos y}$

$$y\cos y\cdot\frac{dy}{dx} = -2x$$

$$y\cos y dy = -2x dx$$

$$\int y\cos y dy = -2\int x dx$$

Интеграл, стоящий в левой части, берется по частям

$$\int y\cos y dy = \begin{Bmatrix} u=y; & dv=\cos y dy; \\ du=dy; & v=\sin y \end{Bmatrix} = y\sin y - \int \sin y dy = y\sin y + \cos y$$

$$y\sin y + \cos y = -x^2 + C$$

$$y\sin y + \cos y + x^2 + C = 0$$

- это есть общий интеграл исходного дифференциального уравнения, т.к. искомая функция и не выражена через независимую переменную. В этом и заключается **отличие** общего (частного) **интеграла** от общего (частного) **решения.**

Пример. Найти решение дифференциального уравнения $\frac{y}{y'} = \ln y$ при условии y(2) = 1.

$$\frac{ydx}{dy} = \ln y$$

$$dx = \frac{\ln y dy}{y}$$

$$\int dx = \int \frac{\ln y dy}{y}$$

$$x + C = \int \ln y d(\ln y)$$

$$x + C = \frac{\ln^2 y}{2}$$

при y(2) = 1 получаем $2 + C = \frac{\ln^2 1}{2}$; $\Rightarrow$ $2 + C = 0$; $\Rightarrow$ $C = -2$;

Итого: $2(x-2) = \ln^2 y$; или $y = e^{\pm\sqrt{2x-4}}$ - частное решение;

<u>Проверка:</u> $y' = e^{\pm\sqrt{2x-4}} \cdot \frac{2}{\pm 2\sqrt{2x-4}}$, итого

- $\frac{y}{y'} = \frac{e^{\pm\sqrt{2x-4}}(\pm\sqrt{2x-4})}{e^{\pm\sqrt{2x-4}}} = \pm\sqrt{2x-4} = \ln y$ - верно.

<u>Пример.</u> Решить уравнение $y' = y^{2/3}$.

$$\frac{dy}{dx} = y^{2/3}$$

$$y^{-2/3} dy = dx$$

$$\int y^{-2/3} dy = \int dx$$

$$3y^{1/3} = x + C$$

$27y = (x+C)^3$ - общий интеграл

$y = \frac{1}{27}(x+C)^3$ - общее решение

<u>Пример.</u> Решить уравнение $y' = x(y^2 + 1)$.

$$\frac{dy}{y^2+1} = dx; \qquad \int \frac{dy}{y^2+1} = \int dx;$$

$$arctgy = \frac{x^2}{2} + C; \qquad y = tg\left(\frac{x^2}{2} + C\right);$$

Для самостоятельного решения

Решить дифференциальное уравнение: $yx^2 y' = \sqrt{x}$

Решить дифференциальное уравнение: $y'' + 2x(y')^2 = 0$

Решить дифференциальное уравнение: $(3x-1)dy = y^2 dx$

Решить дифференциальное уравнение: $y'' = \sin 3x$

Решить дифференциальное уравнение: $(1+x^2)dy = (y^2-1)dx$

Решить дифференциальное уравнение: $y'' - 6y' + 5y = 0$

Решить дифференциальное уравнение: $y' = 2\sqrt{y}e^{2x}$

Решить дифференциальное уравнение: $(x-3)y'' - y' = 0$

Числовые ряды

<u>Пример.</u> Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

$$u_n = \frac{n}{2^n}; \quad u_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}; \qquad \lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)2^n}{2^{n+1}n} = \frac{n+1}{2n} = \frac{1+\frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2} < 1$$

Вывод: ряд сходится.

<u>Пример</u>. Исследовать на сходимость ряд $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots + \frac{x^n}{n} + \ldots$

Применяем признак Даламбера:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{x^{n+1}}{n+1}}{\frac{x^n}{n}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{xn}{n+1}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{x}{1+\frac{1}{n}}\right| = |x|.$$

Получаем, что этот ряд сходится при $|x| < 1$ и расходится при $|x| > 1$.

Теперь определим сходимость в граничных точках 1 и –1.

При x = -1: $-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \ldots$ ряд сходится по признаку Лейбница

При x = 1: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} + \ldots$ ряд расходится (гармонический ряд).

Для самостоятельного решения

Исследовать сходимость ряда с помощью предельного признака (эталонный ряд $\alpha_n = \frac{1}{n^\alpha}$): $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2+3}{n^4-1}$

Исследовать сходимость ряда с помощью предельного признака (эталонный ряд $b_n = \frac{1}{n^\alpha}$): $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+\sqrt{n^2+3n}}{\sqrt[3]{n^6-2}+\sqrt{n^2+10}}$

Исследовать сходимость ряда по признаку Даламбера: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n-1}$

Найти условную или абсолютную сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+3}$

Степенные ряды

<u>Пример</u>. Найти область сходимости ряда $x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$

Находим радиус сходимости $R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n-1}}{a_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{1}{(n-1)!}}{\frac{1}{n!}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{n!}{(n-1)!}\right| = \lim_{n\to\infty}|n| = |\infty|$.

Следовательно, данный ряд сходится при любом значении *x*. Общий член этого ряда стремится к нулю.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x^n}{n!} = 0.$$

Для самостоятельного решения

Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n\cdot n}$

Найти длину интервала сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{4^n\cdot(n+1)}$

Функции многих переменных

<u>Пример.</u> Найти полный дифференциал функции $z=\frac{y}{x^2-y^2}$.

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{-2yx}{(x^2-y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{y'(x^2-y^2)-y(-2y)}{(x^2-y^2)^2}=\frac{x^2-y^2+2y^2}{(x^2-y^2)^2}=\frac{x^2+y^2}{(x^2-y^2)^2}$$

$$dz=-\frac{2xy}{(x^2-y^2)}dx+\frac{x^2+y^2}{(x^2-y^2)^2}dy$$

Для самостоятельного решения

Найти частные производные 2-го порядка функции $z=x^2-5y-4x+xy+y^2$

Найти экстремум функции $z=xy-4y+2x^2-2x-2y^2$

Найти полный дифференциал функции $z=\sqrt{\frac{y}{x}}-x^2y^2$ при x=1, y=2, dx =0,1, dy=0,

Найти полный дифференциал функции $z=1+10xy+y+2\sqrt{x}-2y^3$

Примеры тестовых заданий

1 рубеж, 1 семестр (время тестирования- 15 минут)

Баллы на один вопрос:

Вопрос 1	Вопрос 2	Вопрос 3	Вопрос 4	Вопрос 5	Вопрос 6	Вопрос 7
5	4	4	4	4	5	4

1. **Выберите правильное утверждение:**
   Определитель матрицы поменяет знак противоположный, если к элементам какого-либо ряда определителя прибавить элементы параллельного ряда, умноженные на одно и то же число;
   Определитель матрицы не изменится, если к элементам какого-либо ряда определителя прибавить элементы параллельного ряда, умноженные на одно и то же число;
   Определитель матрицы будет равен нулю, если к элементам какого-либо ряда определителя прибавить элементы параллельного ряда, умноженные на одно и то же число.
   Нет правильного ответа
2. **Найти квадрат расстояния между точками А3;2) и В(-2;5) равно**
3. **Найти сумму большой и малой осей эллипса** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$
4. **Дана матрица А=** $\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\\ 3 & 1 & 0\\ 1 & 2 & -1\end{pmatrix}$**. Найти элемент** c_{21} **матрицы** $C^T=3A$ **равен**
5. **При каком значении** α **значение определителя** $\begin{vmatrix}1 & 2\\ \alpha & 0\end{vmatrix}$ **равно -2**

6. **Найти определитель матрицы** $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

7. **Найти длину вектора** $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

2 рубеж, 1 семестр (время тестирования- 15 минут)
Баллы на один вопрос: 5 баллов

1. **Выберите правильное утверждение:**
   Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$ дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по независимой переменной, умноженной на производную промежуточного аргумента;
   Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$ дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по промежуточному аргументу умноженной на производную промежуточного аргумента по независимой переменной;
   Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$ дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по промежуточному аргументу умноженной на производную независимой переменной.
   Нет правильного ответа
2. Найти область определения функции $y = \sqrt{4 - x^2}$
3. Найти $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2 - 3x + 4}{5 - 2x - 2\sqrt{x^4 + 1}}$:
4. Найти производную: $y = \sin 2x \cdot \ln x$
5. Найти предел по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{6x - \sin x}$
6. Найти экстремум функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x$

1 рубеж, 2 семестр

Время тестирования 15 минут
Баллы на один вопрос: 5 баллов

БЛОК №1.
Выберите правильное утверждение:
Выберите правильное утверждение:
Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, то она интегрируема на этом отрезке;
Если функция $y = f(x)$ непрерывна на промежутке (a,b), то она интегрируема на этом промежутке;
Если функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[a,b]$, то она интегрируема на этом отрезке.
нет правильного ответа
Выберите правильное утверждение:
Кривая $y = f(x)$ называется гладкой на отрезке $[a,b]$, если она непрерывна на этом отрезке и имеет непрерывную производную на этом отрезке;
Кривая $y = f(x)$ называется гладкой на промежутке (a,b), если она непрерывна на этом промежутке и имеет непрерывную производную на этом промежутке;

Кривая $y = f(x)$ называется гладкой на отрезке $[a,b]$, если она не имеет непрерывную производную на этом отрезке;
нет правильного ответа

БЛОК №2

Найти дифференциал функции: $y = \arccos 3x$

Ответ введите

БЛОК №3

Найти $\int \frac{x}{x^2 - 3} dx$

Ответ введите

БЛОК №4

Значение $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$ интеграла равно:

Ответ введите

БЛОК №5

Общее решение дифференциального $(x+1)dx = dy$ уравнения имеет вид:

$y = \frac{x^2}{2} + x + C$

$y = \frac{x^2}{2} + x$

$y = \frac{x^2}{2} + C$

нет правильного ответа

БЛОК №6

Общее решение дифференциального $y'' + 2y' + 5y = 0$ уравнения имеет вид:

$y = C_1 e^{-x} cos2x + C_2 e^{-x} \sin 2x$

$y = C_1 e^{-x} cos2x - C_2 e^{-x} \sin 2x$

$y = C_1 e^{x} cos2x + C_2 e^{-x} \sin 2x$

2 рубеж, 2 семестр

Время тестирования 15 минут

Баллы один вопрос -6 баллов

БЛОК 1.

Выберите правильное утверждение:

Множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству $\sqrt{(x-x_0)^2 - (y-y_0)^2} < \delta$,называется δ окрестностью точки $M_0(x_0, y_0)$.

Множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству $\sqrt{(x_0-x)^2 - (y_0-y)^2} < \delta$, называется δ окрестностью точки $M_0(x_0, y_0)$.

Множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству $\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} < \delta$, называется δ окрестностью точки $M_0(x_0, y_0)$.

Нет правильного ответа

Выберите правильное утверждение:

Пусть даны два ряда с положительными членами (1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и (2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Если начиная хотя бы с некоторого номера $n \geq N$ выполняется неравенство $a_n \geq b_n$, то из сходимости ряда (2) следует сходимость ряда (1), а из расходимости ряда (1) следует расходимость ряда (2).

Пусть даны два ряда с положительными членами (1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и (2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Если начиная хотя бы с некоторого номера $n \geq N$ выполняется неравенство $a_n \geq b_n$, то из расходимости ряда (2) следует расходимость ряда (1), а из сходимости ряда (1) следует сходимость ряда (2).

Пусть даны два ряда с положительными членами (1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и (2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Если начиная хотя бы с некоторого номера $n \geq N$ выполняется неравенство $a_n \geq b_n$, то из сходимости ряда (2) следует расходимость ряда (1), а из расходимости ряда (1) следует сходимость ряда (2).

внутри которого ряд сходится, а вне расходится,

Нет правильного ответа

БЛОК 2.

Найти длину интервала сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n n!}{6^n}$

Найти длину интервала сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n n!}{2^n}$

Блок 3.

Определить условную, абсолютную сходимость или расходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$$

Определить условную, абсолютную сходимость или расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{3n^5+1}}$

БЛОК 4

Найти z'_x функции $z = 3x^2 - xy + 5x + y^2 - 3y$ в точке $(1;1)$

Найти z'_y функции $z = 3x^2 - x^3y^2 + 2y^2 - 3xy$ в точке $(1;1$

БЛОК 5.

Найти z''_{yy} функции $z = \sqrt{5}xy + 6y^2 + 2x^2 - 4 - \sqrt{x}$

Найти z''_{yx} функции $z = 4x^2 + xy - \sqrt[3]{5x} + 5y^2 - 3y$

Примеры экзаменационных билетов
1 семестр

Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова
Экзаменационный билет №9

Кафедра математического анализа
Дисциплина *математика*
Факультет *экономический*
Специальность *экономическая безопасность*

Курс *1*

1. Скалярное произведение векторов
2. Найти производную: $y = e^{2x} \cdot \sqrt{\sin 5x}$
3. Упростить и вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

Зав. кафедрой _____ А. Г. Кусраев

Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова

Экзаменационный билет №9

Кафедра математического анализа
Дисциплина *математика*
Факультет *экономический*
Специальность *экономическая безопасность*
Курс *1*

1. Точки разрыва функции.
2. Определить полуоси, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса $3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$
3. Найти предел: $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 - 9}{x^2 + 7x + 12}$

Зав. кафедрой _____ Кусраев А.Г.

2 семестр

Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова

Экзаменационный билет №9

Кафедра математического анализа
Дисциплина *математика*
Факультет *экономический*
Специальность *экономическая безопасность*
Курс *1*

1. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка.

2. Найти $\int\limits_0^{2\pi} \dfrac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$

3. Определить условную или абсолютную сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n n}{n^3 + 4}$

Зав. кафедрой _____А Г Кусраев

Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова

Экзаменационный билет №9

Кафедра математического анализа

Дисциплина *математика*
Факультет *экономический*
Специальность *экономическая безопасность*
Курс *1*

1. Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла. Геометрический смысл.

2.Решить дифференциальное уравнение: $yx^2y' = \sqrt{x}$

3. Исследовать сходимость ряда по признаку Даламбера: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n + 12}$

Зав. кафедрой _____ А.Г.Кусраев

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Список рекомендуемой литературы

	Наименование	Изд-во
	а) основная литература	
1	Фихтенгольц Григорий Михайлович Основы математического анализа, учебник https://e.lanbook.com/book/65055	б.: Лань, 2015 // ЭБС "Лань"
2	Высшая математика для экономистов, учебник под редакцией Н.Ш.Кремера	ИТИ-ДАНА, 2014
3	Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. https://e.lanbook.com/book/89934	СПб.: Лань, 2016 // ЭБС "Лань"
4	Письменный,Дмитрий Трофимович Конспект лекций по высшей математике. В 2-х ч.	рис-пресс, 2011
	б) дополнительная литература	
5	Федорюк Михаил Васильевич Обыкновенные дифференциальные уравнения, учеб.пособие	ЛИБРОКОМ, 2015.
6	Кострикин А.И.. Введение в алгебру. Ч.2 : Линейная алгебра.	М.,2009
7	Высшая математика руководство к решению задач. Лунгу К.Н.	Физматлит. 2015
8	Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие. https://e.lanbook.com/reader/book/149	СПб.: Лань, 2014 // ЭБС "Лань"

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы
1. Электронная библиотека диссертации и авторефератов РГБ (ЭБД РГБ) (https://dvs.rsl.ru).
2. ЭБС «Университетская библиотека online» (https://biblioclub.ru).
3. ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (http://elibrary.ru.)

10. Материально-техническое оснащение дисциплины

Проведение лекционных и семинарских занятий по дисциплине осуществляется в следующих аудиториях: учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа аудитория 505: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, демонстрационное оборудование - мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение: Windows 8.1 Professional; Office Standard 2010; Антивирусное программное обеспечение Kasperksy Total Security; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; Консультант Плюс; Гарант; Moodle, Cisco Webex; учебно-наглядные пособия.

Учебные аудитории для занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации аудитории 505; 501: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение: Windows 8.1 Professional;Office Standard 2010; Антивирусное программное обеспечение Kasperksy Security Cloud; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; Консультант Плюс; Гарант; Moodle, Cisco Webex.

Компьютерные классы для проведения тестирования: аудитории 209; 409: преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение: Windows 7.1 Professional; Office Standard 2016; WinRar; Microsoft Visio; Microsoft Visual studio; Kaspersky Security Cloud; Консультант Плюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»

Помещения для самостоятельной работы:

- компьютерные классы с доступом к ресурсам сети Интернет аудитории 209, 409: преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение: Windows 7.1 Professional; Office Standard 2016; WinRar; Microsoft Visio; Microsoft Visual studio; Kaspersky Security Cloud; Консультант Плюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ».
- библиотека, в том числе читальный зал: столы, стулья, ПК для обучающихся, программное обеспечение, учебные и научные фонды библиотеки СОГУ, доступ кэлектронным библиотечным ресурсам:

ЭБС «Университетская библиотека Online» http://www.biblioclub.ru
Электронная библиотека диссертаций РГБ (ЭБД РГБ) https://dvs.rsl.ru
Электронная библиотека «Консультант студента» http://www.studmedlib.ru/
Научная электронная библиотека eLibrary.ru http://elibrary.ru
База данных «ЭБС elibrary» http://elibrary.ru
Электронная библиотека «Юрайт» http://biblio-online.ru