Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет имени Коста Левановича Хетагурова»

УТВЕРЖДАЮ
проректор по учебной работе
_____ А. М. Дигурова
27.04.2017г.

Рабочая программа дисциплины

Математика

Направление подготовки 38.03.04

Государственное и муниципальное управление

Владикавказ 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление", утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 декабря 2014 г., №1567, учебным планом подготовки бакалавра по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление, профиль «Государственное и муниципальное управление», утвержденным ученым советом ФГБОУ ВО «Северо-Осетинский государственный университет имени Коста Левановича Хетагурова» от 27 апреля 2017 г., протокол № 11

Составители: доцент Сиукаев С.Н., старший преподаватель Галаванова З.Е.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа (протокол № 7 от «27» марта 2017 г.)

Одобрена советом факультета управления (протокол №9 от «24 » марта 2017 г.

1. Структура, и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

	Очная форма обучения
Курс	1
Семестр	1
Лекции	18ч.
Практические (семинарские) занятия	36ч.
Лабораторные занятия	
Консультации	
Итого аудиторных занятий	54ч.
Самостоятельная работа	36 ч.
Курсовая работа	
экзамен	18 ч.
Зачет	-
Общее количество часов	108

2. Цели изучения дисциплины:

–формирование необходимого уровня фундаментальной математической подготовки для анализа и моделирования экономических процессов;;

–адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления;

–развитие у будущих специалистов логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические и другие знания;

–выработка представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;

–обучение работе в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия

3. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Б1.Б.07 Блок 1. Базовая часть.

Для изучения дисциплины необходимы знания и компетенции, полученные обучающимися в рамках школьной программы по дисциплинам: «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия».

Знания, умения и навыки, полученные в ходе изучения данной дисциплины, будут востребованы студентами на всех этапах обучения при освоении различных дисциплин учебного плана, подготовке рефератов, контрольных, курсовых и выпускных квалификационных работ, в процессе последующей профессиональной деятельности.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Дисциплина «Математика» обеспечивает инструментарий формирования следующих компетенций:

общекультурных (ОК-6)

–способностью работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОК-6);

профессиональных (ПК-7):

–умением моделировать административные процессы и процедуры в органах государственной власти Российской Федерации, органах государственной власти

субъектов Российской Федерации, органах местного самоуправления, адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления (ПК-7).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Код	**Формулировка**			
		Знать:	**Уметь**	**Владеть:**
ОК-6	способностью работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	методы контроля и поддержания психологического климата коллектива; содержания толерантного поведения.	работать в коллективе по решению конкретных задач; содействовать конструктивному взаимодействию в процессе совместной деятельности по решению проектных задач; организовать работу коллектива исполнителей проектов, связанных с подготовкой к сертификации систем управления;	методами планирования собственной деятельности, приемами контроля сроков и качества выполненных заданий навыками командной работы; навыками реализации совместных творческих проектов
ПК-7	умением моделировать административные процессы и процедуры в органах государственной власти Российской Федерации, органах государственной власти субъектов Российской Федерации, органах местного самоуправления, адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления	основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты; строить логически верные рассуждения адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления	методикой построения, анализа и применения математических моделей в управленческой деятельности методами применения современного математического инструментария для решения экономических задач;

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

5. . Содержание и учебно-методическая карта дисциплины ***Таблица 5.1.***

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа Студентов		Формы контроля	Количество баллов		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		**min**	**max**	
1-2	**Прямая линия на плоскости** Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Линии спроса и предложения. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение бюджетной линии.	2	4	Координаты точки на прямой и на плоскости. Площадь треугольника и многоугольника. Нормальное уравнение прямой Точка пересечения двух прямых. Расстояние от точки до прямой.	2	Опрос, вопросы в рубежной контрольной работе			[2], [3],[4], [7]
3-4	**Векторы на плоскости и в пространстве.** Векторы на плоскости и в пространстве. Длина и направление вектора. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов.	2	4	Проекция вектора на заданное направление	2	Самостоятельная работа по 1 главе			[2], [3],[4], [7]
5-6	**Определители и матрицы** Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства	2	4	Обратная матрица. Ранг матрицы. Метод обратной матрицы	2	Опрос, вопросы в рубежной			[2], [3],[4], [7]

	определителей. Модель Леонтьева (модель межотраслевого баланса).					контрольной работе			
7-8	**Функция** Множества. Абсолютная величина действительного числа. Понятие функции. Способы задания функции. Понятие неявной, обратной и сложной функций. **Теория пределов** Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности. Предел функции в точке. Односторонние пределы Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Основные теоремы о пределах.	2	4	Графики основных элементарных функций. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов	2	Опрос, вопросы в рубежной контрольной работе, домашняя контрольная работа			[2], [3],[4], [7]
9-10	**Теория пределов** Первый замечательный предел Второй замечательный предел. **Непрерывность функции** Некоторые свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.	2	4	Другие замечательные пределы. Непрерывность обратных тригонометрических функций. Равномерная непрерывность функции.	2	Опрос, решение задач на практически х занятиях			[2], [3], [7]
	Текущий контроль						**0**	**20**	
	1-я рубежная контрольная работа						**0**	**30**	
	ИТОГО за 1 модуль						**0**	**50**	
11-12	**Производная.** Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования.	2	4	Правило Лопиталя. Понятие о бесконечной производной. Вычисление производных функций, заданных неявно,	2	Опрос, вопросы в рубежной контрольной работе, домашняя			[2], [3], [7]

	Производная неявной, обратной и сложной функций. **Приложения производной** Условие постоянства, возрастания и убывания функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты кривой.			параметрически. Полное исследование функции.		контрольная работа			
13-14	**Дифференциал функции** Дифференциал первого порядка. Свойства дифференциала. **Неопределенный интеграл:** Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства. Интегралы основных элементарных функций. Способы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.	2	4	Теорема об инвариантности дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.	2	Опрос, решение задач на практических занятиях			[2], [3], [7]
15-16	**Определенный интеграл** Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла. Геометрический смысл Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле.	2	4	Специальные приемы вычисления некоторых интегралов	2	Опрос, решение задач на практических занятиях			[1], [2], [3], [5], [7]
17-18	**Функции нескольких переменных (ФНП).** Понятие ФНП. Область определения, график. Частные производные ФНП. Экстремум.	2	4	Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум.	2	Опрос, вопросы в рубежной контрольной работе			[1], [2], [3], [5], [7]

	ИТОГО часов	**18**	**36**		**18**				
	Текущий контроль						**0**	**20**	
	2-я рубежная контрольная работа						**0**	**30**	
	ИТОГО за 2 модуль						**0**	**50**	
	Итого за семестр						**0**	**100**	

При использовании индивидуальной траектории в рамках индивидуального учебного плана подготовки студента, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием электронной образовательной среды СОГУ

6. Образовательные технологии

Для достижения планируемых результатов освоения дисциплины, используются различные образовательные технологии:

–традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий;

–лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции;

–доклад (реферат) – студент готовит краткое сообщение по вопросу темы, оформляет работу в соответствии с требованиями и сдает ее преподавателю

–онлайн-занятие – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника (Zoom, Skype, и др.);

–видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Технология электронного обучения - реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ (при использовании ресурсов ЭБС), в ходе проведения автоматизированного тестирования и т. д.

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. ***Самостоятельная работа проводится с целью:***

–систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;

–углубления и расширения теоретических знаний;

–формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу;

–формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

–развития исследовательских умений.

Самостоятельная работа включает:

–работы студентов с лекционными материалами, поиска и анализа литературы и электронных источников информации по заданной теме;

–подготовки к промежуточным контрольным работам и к итоговым тестам;

–подготовки к экзамену.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические указания по проведению практических занятий

В начале практического занятия следует обратить внимание на теоретические вопросы по теме занятия. Первоначально идет изложение теоретического материала темы занятия. Затем в ряде вопросов преподавателя следует сконцентрировать внимание на основных идеях темы занятия. Вопросы должны включать в себя различные вариации элементарных ситуаций, отображающих основные идеи темы занятия в их взаимной взаимосвязи. Задаваемые вопросы-задачи должны быть короткими и максимально проявлять в студентах их сообразительность.

После предварительной части следует начинать решать задачи, имеющих более длинные сценарии взаимодействия основных идей темы занятия. При этом следует избегать

трудоемких задач, включающих освоение незначительного числа приемов. В процессе решения задачи следует всегда увязывать шаги алгоритма решения задачи с теоретическими основами изучаемого алгоритма и добиваться понимания механизма действия изучаемого алгоритма.

Различают фронтальный, индивидуальный и комбинированный опрос.

Фронтальный опрос проводится в форме беседы преподавателя с группой.

Он органически сочетается с повторением пройденного, являясь средством для закрепления знаний и умений. Его достоинство в том, что на активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом. С помощью фронтального опроса преподаватель имеет возможность проверить выполнение студентами домашнего задания, выяснить готовность группы к изучению нового материала.

Индивидуальный опрос предполагает обстоятельные, связные ответы студентов на вопрос, относящийся к изучаемому учебному материалу, поэтому он служит важным учебным средством развития речи, памяти, мышления студентов. Чтобы сделать такую проверку более глубокой, необходимо ставить перед студентами вопросы, требующие развернутого ответа.

Вопросы для индивидуального опроса должны быть четкими, ясными, конкретными, емкими, иметь прикладной характер, охватывать основной, ранее пройденный материал программы. Их содержание должно стимулировать студентов логически мыслить, сравнивать, анализировать, доказывать, подбирать убедительные примеры, устанавливать причинно-следственные связи, делать обоснованные выводы и этим способствовать объективному выявлению знаний студентов.

Вопросы обычно задают всей группе и после небольшой паузы, необходимой для того, чтобы студенты поняли его и приготовились к ответу, вызывают для ответа конкретного студента.

Письменная проверка наряду с устной является важнейшим методом контроля знаний, умений и навыков студентов. Однородность работ, выполняемых студентами, позволяет предъявлять ко всем одинаковые требования, попытает объективность оценки результатов обучения. Применение этого метода дает возможность в наиболее короткий срок одновременно проверить усвоение учебного материала всеми студентами группы, определить направления для индивидуальной работы с каждым.

Письменная проверка используется во всех видах контроля и осуществляется как в аудиторной, так и во внеаудиторной работе (выполнение домашних заданий).

Компьютерное тестирование позволяет осуществлять итоговый контроль знаний студентов. Тестовый материал включает в себя содержание вопросов по каждому из обозначенных программой разделов.

В процессе компьютерного тестирования, задачей студента является выбрать правильный ответ из предложенных вариантов или дать ответ на поставленный вопрос.

Методические рекомендации по написанию рефератов (докладов)

Реферат (доклад) – письменная работа по определенной научной проблеме, краткое изложение содержания научного труда или научной проблемы. Он является действенной формой самостоятельного исследования научных проблем на основе изучения текстов, специальной литературы, а также на основе личных наблюдений, исследований и практического опыта. Реферат помогает выработать навыки и приемы самостоятельного научного поиска, грамотного и логического изложения избранной проблемы и способствует приобщению студентов к научной деятельности.

Последовательность работы:

1. Выбор темы исследования. Тема реферата выбирается студентом на основе его научного интереса. Также помощь в выборе темы может оказать преподаватель.

2. Планирование исследования. Включает составление календарного плана научного исследования и плана предполагаемого реферата. Календарный план исследования включает следующие элементы: выбор и формулирование проблемы, разработка плана исследования и предварительного плана реферата; сбор и изучение исходного материала, поиск литературы; анализ собранного материала, теоретическая разработка проблемы; сообщение о предварительных результатах исследования; литературное оформление исследовательской проблемы; обсуждение работы (на семинаре и т. п.).

План реферата характеризует его содержание и структуру. Он должен включать в себя: введение, где обосновывается актуальность проблемы, ставятся цель и задачи исследования; основная часть, в которой раскрывается содержание проблемы; заключение, где обобщаются выводы по теме и даются практические рекомендации.

3. Поиск и изучение литературы. Для выявления необходимой литературы следует обратиться в библиотеку или к преподавателю. Подобранную литературу следует зафиксировать согласно ГОСТ по библиографическому описанию произведений печати.

Для разработки реферата достаточно изучение 4-5 важнейших статей по избранной проблеме. При изучении литературы необходимо выбирать материал, не только подтверждающий позицию автора реферата, но и материал для полемики.

4.Обработка материала. При обработке полученного материала автор должен: систематизировать его по разделам; выдвинуть и обосновать свои гипотезы; определить свою позицию, точку зрения по рассматриваемой проблеме; уточнить объем и содержание понятий, которыми приходится оперировать при разработке темы; сформулировать определения и основные выводы, характеризующие результаты исследования; окончательно уточнить структуру реферата.

5. Оформление реферата. При оформлении реферата рекомендуется придерживаться следующих правил: Следует писать то, что ет выразить сущность проблемы, ее логику; Писать строго последовательно, логично, доказательно (по схеме: тезис – обоснование – вывод); Писать, выражая свою позицию, пропагандируя полученные результаты; Писать осмысленно, соблюдая правила грамматики, не злоупотребляя наукообразными выражениями.

Реферат выполняется в соответствии с требованиями стандартов, разработанных для данного вида документов. Работа должна быть выполнена на белой бумаге стандартного листа А4. Текст должен быть отпечатан на компьютере в текстовом редакторе Microsoft Word и отвечать следующим требованиям: параметры полей страниц должны быть в пределах: верхнее и нижнее – по 20 мм, правое – 10 мм, левое – 30 мм, шрифт – Times New Roman , размер шрифта – 14, межстрочный интервал – полуторный. Нумерация страниц в реферате должна быть сквозной, начиная с третьей страницы. Номер проставляется арабскими цифрами снизу каждой страницы справа.

При изложении материала необходимо придерживаться принятого плана.

Библиографический список составляется на основе источников, которые были просмотрены и изучены студентом при написании реферата. Данный список отражает самостоятельную творческую работу студента, что позволяет судить о степени его подготовки и углублении в выбранную тематику. Вся использованная литература размещается в следующем порядке: законодательные акты, постановления, нормативные документы; вся учебная литература в алфавитном порядке, затем средства периодической печати в алфавитном порядке; источники из сети Интернет.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Общим средством контроля является введенная в университете балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов специалитета и направлений бакалавриата.

Критерии формирования оценок

1) Выполнение заданий на практических занятиях – 10 баллов

Критерии оценки:

10 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, приходит к самостоятельным аргументированным выводам.

8-9 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, но допускает ошибки вычислительного характера.

6-7 баллов – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности, знает различные точки зрения по обсуждаемой проблеме, но возникают трудности с их анализом, умеет излагать собственную позицию, но не все выводы носят доказательный характер.

5-4 балла – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности.

3 балла – студент дает решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент плохо владеет теоретическим материалом, допускает много неточностей.

2 балла – студент дает решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент плохо владеет теоретическим материалом.

1 балл – студент дает решение выполняемого задания по подсказкам аудитории, студент не владеет теоретическим материалом.

0 баллов – студент отказывается выходить к доске

2) Выполнение домашних заданий – 5 баллов

Критерии оценки домашней (внеаудиторной) подготовки.

5 баллов - ответ отличается последовательностью, логикой изложения, легко воспринимается аудиторией, при ответе на вопрос отвечающий демонстрирует глубину владения представленным материалом, ответы формулируются аргументировано, обосновывается решение задачи. Студент в полном объеме выполнил домашнее задание.

3-4 балла – устный ответ отличается последовательностью, логикой изложения, но обоснование сделанных выводов не достаточно аргументировано, неполно раскрыто содержание проблемы, решение задачи неполное.

1-2 балла – отвечающий передает содержание проблемы, но не демонстрирует знание точных формулировок, выступление воспринимается аудиторией сложно, ответы на вопросы поверхностные, либо вызывают затруднение, нет решения задач.

0 баллов - студент не выполнил домашнее задание.

Выполнение самостоятельных работ - 10 баллов

Самостоятельная работа как вид деятельности студента очень многогранна. В качестве форм работы для изучения курса «Математика» предлагаются следующие ее разновидности:

- работа с учебной и научной литературой;
- выполнение аудиторной, рубежной контрольной работы;

• подготовка к тестированию.

Целью самостоятельной работы для студентов является более глубокое знакомство с ключевыми теоретическими вопросами, изучаемыми на лекциях.

Задачи самостоятельной работы:

• обретение навыков самостоятельной научно-исследовательской работы на основе анализа текстов источников и применения различных методов исследования;

• выработка умения самостоятельно и критически подходить к изучаемому материалу;

• формирование компетенции курса.

Защита рефератов – 5 баллов

Критерии оценивания:

5 баллов - оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата полностью раскрывает тему, в работе имеются примеры исследования, ответы даны на все дополнительные вопросы;

3 - 4 балла – оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата полностью раскрыто, частично представлены примеры исследования, ответы даны не на все дополнительные вопросы;

1 - 2 балла – оформлен в соответствии с требованиями, содержание реферата не полностью раскрыто, отсутствуют примеры исследования, нет ответов на дополнительные вопросы.

Форма контроля	**Мин. кол-во баллов**	**Макс. кол-во баллов**
Текущая оценка студента в течение 1-9 недели состоит из:	**0**	**20**
• ***Выполнения заданий на практических занятиях***		10
• ***Выполнения домашних заданий***		5
• ***Самостоятельной работы***		10
• ***Защиты рефератов***		5
1-я рубежная контрольная работа		**30**
Итого за 1 модуль	**0**	**50**
Текущая оценка студента в течение 10-18 недели состоит из:	**0**	**20**
• ***Выполнения заданий на практических занятиях***		10
• ***Выполнения домашних заданий***		5
• ***Самостоятельной работы***		10
• ***Защиты рефератов***		5
2-я рубежная контрольная работа		**30**
Итого за 2 модуль	**0**	**50**
Итого за семестр	**0**	**100**

Методика формирования результирующей оценки

В ходе текущего контроля студенты могут набрать 0-100 баллов:

1 –я рубежная аттестация - максимально 50 баллов; из них:

От 0 до 30 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ (P_1);

От 0 до 20 баллов – текущая работа студента (T_1)

2-я рубежная аттестация – максимально 50 баллов; из них:

От 0 до 30 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ (P_2);

От 0 до 20 баллов – текущая работа студента (T_2)

За устный ответ на экзамене студент получает 0-60 баллов.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов автоматически получают «Экзамен».

Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле .

$$(T_1 + T_2) + 0{,}5 \cdot (P_1 + P_2 + Э)$$

Характеристика ответа на экзамене	***баллы***
Студент показал исчерпывающие глубокие знания всего материала программы, полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. При этом должны быть получены логически последовательные, содержательные, полные, правильные и конкретные ответы на все вопросы экзаменационного билета	56-60
Даны последовательные, правильные, конкретные ответы на поставленные вопросы. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	49-54
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	43-48
Студент показал недостаточно полное знание и понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений отдельных вопросов программного материала. В основном правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на поставленные вопросы; при ответах на отдельные вопросы имеют место незначительные неточности в раскрытии рассматриваемых процессов и явлений.	37-42
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	31-36
Дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания студентом их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	20-30
Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.	1-19
Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины.	0

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций (ПК-2)			
«Минимальный уровень» (менее 56 баллов) ***Компетенции не сформированы.***	*«Минимальный уровень»(56-70 баллов)* ***Компетенции сформированы.***	*«Средний уровень»(71-85 баллов)* ***Компетенции сформированы.***	*«Высокий уровень»(86-100 баллов)* ***Компетенции сформированы.***
Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
Обучающийся демонстрирует: существенные пробелы в знаниях учебного материала; допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; непонимание сущности дополнительных	***Обучающийся демонстрирует***: знания теоретического материала; неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы;	***Обучающийся демонстрирует*:** знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; твердые знания теоретического материала. способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия,	***Обучающийся демонстрирует:*** глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в

вопросов в рамках заданий билета; отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	проблемы и тенденции развития; правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; умение решать практические задания, которые следует выполнить; владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в ответах на вопросы	рамках обсуждаемых заданий; способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; логически последовательн ые, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора; умение решать практические задания; свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованно й основной и дополнительной литературы.
Оценка «неудовлетворительно» /незачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

Темы рефератов (докладов)--5 баллов

1. Числа Фибоначчи. Золотое сечение.
2. Роль математики в управлении персоналом.
3. Магические квадраты.
4. Знаменитые задачи древности.
5. Интуиция и математика.
6. Связь математики с другими науками.
7. Коллектив как социальная группа
8. Способы и этапы формирования коллектива
9. Проблемы толерантности в современном обществе

Вопросы к экзамену 1 семестр

1. Расстояние между двумя точками.

2. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи.
3. Угловой коэффициент прямой.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Общее уравнение прямой.
6. Угол между двумя прямыми.
7. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
8. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
9. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
10. Векторы на плоскости и в пространстве
11. Длина и направление вектора.
12. Проекция вектора на ось.
13. Разложение вектора по базису.
14. Скалярное произведение векторов.
15. Основные сведения о матрицах.
16. Операции над матрицами.
17. Определители квадратных матриц.
18. Свойства определителей.
19. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
20. Общее уравнение плоскости. Частные случаи расположения плоскости в координатном пространстве.
21. Понятие множества.
22. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. .
23. Понятие функции. Способы задания функции.
24. Понятие неявной, обратной и сложной функций.
25. Предел числовой последовательности.
26. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы.
27. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины.
28. Основные теоремы о пределах.
29. Два замечательных предела.
30. Непрерывность функции. Некоторые свойства непрерывных функций.
31. Точки разрыва функции.
32. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.
33. Задача о касательной. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования.
34. Производная неявной, обратной и сложной функций.
35. Правило Лопиталя.
36. Условие постоянства, возрастания и убывания функции.
37. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
38. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
39. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
40. Дифференциал функции
41. Первообразная функции. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
42. Методы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций
43. Первообразная функции. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
44. Методы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.
45. Определение определенного интеграла. Его геометрический и экономический смысл. Основные свойства определенного интеграла.

46. Формула Ньютона-Лейбница. Метод интегрирования подстановкой и метод интегрирования по частям для определенного интеграла.
47. Функции нескольких переменных (фнп). Основные понятия.
48. Предел и непрерывность фнп.
49. Частные производные и дифференциал фнп.
50. Экстремум фнп.

Примерные задания для самостоятельных контрольных работ

Уравнение линии на плоскости

Пример. Найти уравнение прямой, проходящей через точки A(1, 2) и B(3, 4).

Применяя формулу $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$, получаем:

$$y-2=\frac{4-2}{3-1}(x-1)$$
$$y-2=x-1$$
$$x-y+1=0$$

Пример. Задано общее уравнение прямой x–y+1= 0. Найти уравнение этой прямой в отрезках.

C = 1 $-\frac{x}{1}+\frac{y}{1}=1$, a = -1, b = 1.

Пример. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-2, -3) и начало координат.

Уравнение прямой имеет вид: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$, где $x_1 = y_1 = 0$; $x_2 = -2$; $y_2 = -3$.

$$\frac{x-0}{-2-0}=\frac{y-0}{-3-0};\qquad \frac{x}{-2}=\frac{y}{-3};\qquad 3x-2y=0.$$

Пример. Определить угол между прямыми: y = -3x + 7; y = 2x + 1.

$k_1 = -3$; $k_2 = 2$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\varphi = \left|\frac{2-(-3)}{1-(-3)2}\right|=1$; $\varphi = \pi/4$

Пример. Даны вершины треугольника A(0; 1), B(6; 5), C(12; -1). Найти уравнение высоты, проведенной из вершины C.

Находим уравнение стороны AB: $\frac{x-0}{6-0}=\frac{y-1}{5-1}$; $\frac{x}{6}=\frac{y-1}{4}$; 4x = 6y – 6;

2x – 3y + 3 = 0; $y=\frac{2}{3}x+1$.

Искомое уравнение высоты имеет вид: Ax + By + C = 0 или y = kx + b.

k = $-\frac{3}{2}$. Тогда y = $-\frac{3}{2}x+b$. Т.к. высота проходит через точку C, то ее координаты удовлетворяют данному уравнению: $-1=-\frac{3}{2}12+b$, откуда b = 17. Итого: $y=-\frac{3}{2}x+17$.

Ответ: 3x + 2y – 34 = 0.

Для самостоятельного решения

Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(5;1) под углом 45^0 к оси Ox.

Дана прямая $2x+5y-1=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(-1;3) перпендикулярно данной прямой

Даны вершины треугольника A(-1;3); B(3;-2) и C(5;3). Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC параллельно данной прямой.

Даны вершины треугольника: A(3;0), B(-5;6) и C(-4;1). Определить длину медианы, проведенной из вершины C.

Найти угловые коэффициенты прямых и определить, какие из данных прямых перпендикулярны прямой $2x-y+3=0$ 1) $4x+8y+17=0$; 2) $4x-8y-11=0$; 3) $y=-\frac{1}{2}x+6$; 4) $y=-2x-7$ 5) $\frac{x}{10}+\frac{y}{5}=1$

Даны точки A(2;4) и B(-2;6). Найти сумму координат середины отрезка AB

Определители и матрицы

<u>Пример.</u> Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&0&3\\2&4&1\\1&-4&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ и число $\alpha=2$. Найти $A^TB+\alpha C$.

$$A^T=\begin{pmatrix}1&2&1\\0&4&-4\\3&1&2\end{pmatrix};\qquad A^TB=\begin{pmatrix}1&2&1\\0&4&-4\\3&1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot1+2\cdot3+1\cdot2\\0\cdot1+4\cdot3-4\cdot2\\3\cdot1+1\cdot3+2\cdot2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\4\\10\end{pmatrix};$$

$$\alpha C=\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix};\qquad A^TB+\alpha C=\begin{pmatrix}9\\4\\10\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\8\\12\end{pmatrix}.$$

<u>Пример.</u> Найти произведение матриц $A=\begin{pmatrix}1\\4\\3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2&4&1\end{pmatrix}$.

$$AB=\begin{pmatrix}1\\4\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&4&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot2&1\cdot4&1\cdot1\\4\cdot2&4\cdot4&4\cdot1\\3\cdot2&3\cdot4&3\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4&1\\8&16&4\\6&12&3\end{pmatrix}.$$

$$BA=\begin{pmatrix}2&4&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\4\\3\end{pmatrix}=2\cdot1+4\cdot4+1\cdot3=2+16+3=21.$$

<u>Пример.</u> Вычислить определитель матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\0&-2&3\\3&1&1\end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix}1&2&1\\0&-2&3\\3&1&1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}-2&3\\1&1\end{vmatrix}-2\cdot\begin{vmatrix}0&3\\3&1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}0&-2\\3&1\end{vmatrix}=(-2\cdot1-1\cdot3)-2(0\cdot1-3\cdot3)+(0\cdot1+3\cdot2)=$$

$= -5 + 18 + 6 = 19.$

Для самостоятельного решения

Найти алгебраические дополнения элементов 3-го столбца матрицы

A= $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Упростить и вычислить определитель

A= $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

Найти матрицу C=AB^{т} , где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$,

Вычислить A^2, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

Решение систем линейных уравнений

<u>Пример.</u> Найти решение системы уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ = 5(4 – 9) + (2 – 12) – (3 – 8) = -25 – 10 + 5 = -30;

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ = (28 – 48) – (42 – 32) = -20 – 10 = -30.

$x_1 = \Delta_1/\Delta = 1$;

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix}$ = 5(28 – 48) – (16 – 56) = -100 + 40 = -60.

$x_2 = \Delta_2/\Delta = 2$;

$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix}$ = 5(32 – 42) + (16 – 56) = -50 – 40 = -90.

$x_3 = \Delta_3/\Delta = 3$.

<u>Пример.</u> Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу системы.

$$A^* = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & 3 & -3 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 15 & -22 & 31 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Таким образом, исходная система может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 5x_2 - 7x_3 = 11 \\ -x_3 = -2 \end{cases}$$, откуда получаем: $x_3 = 2$; $x_2 = 5$; $x_1 = 1$.

Для самостоятельного решения

Решить системы методом Гаусса и по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

Векторы

<u>Пример.</u> Найти $(5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.

$10\vec{a}\cdot\vec{a} - 5\vec{a}\cdot\vec{b} + 6\vec{a}\cdot\vec{b} - 3\vec{b}\cdot\vec{b} = 10|\vec{a}|^2 - 3|\vec{b}|^2 = 40 - 27 = 13$,

т.к. $\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|^2 = 4$, $\vec{b}\cdot\vec{b} = |\vec{b}|^2 = 9$, $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$.

<u>Пример.</u> Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

Т.е. $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (6, 4, -2)$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = 6 + 8 - 6 = 8$:

$|\vec{a}| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$; $|\vec{b}| = \sqrt{36+16+4} = \sqrt{56}$.

$\cos\varphi = \dfrac{8}{\sqrt{14}\sqrt{56}} = \dfrac{8}{2\sqrt{14}\sqrt{14}} = \dfrac{4}{14} = \dfrac{2}{7}$; $\varphi = \arccos\dfrac{2}{7}$.

<u>Пример.</u> Найти скалярное произведение векторов $2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c}$ и $5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $\vec{a}\wedge\vec{b} = \vec{a}\wedge\vec{c} = \vec{b}\wedge\vec{c} = \dfrac{\pi}{3}$.

$(2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c})(5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}) = 10\vec{a}\cdot\vec{a} + 12\vec{a}\cdot\vec{b} + 14\vec{a}\cdot\vec{c} + 15\vec{a}\cdot\vec{b} + 18\vec{b}\cdot\vec{b} + 21\vec{b}\cdot\vec{c} +$

$+20\vec{c}\cdot\vec{a}+24\vec{b}\cdot\vec{c}+28\vec{c}\cdot\vec{c}=10\ \vec{a}\cdot\vec{a}+27\vec{a}\cdot\vec{b}+34\vec{a}\cdot\vec{c}+45\vec{b}\cdot\vec{c}+18\vec{b}\cdot\vec{b}+28\vec{c}\cdot\vec{c}$ = 10 +

+ 27 + 51 + 135 + 72 + 252 = 547.

Для самостоятельного решения

Найти длину вектора $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}$

Даны векторы $\vec{a}=(-3;4;1)$ и $\vec{b}=(1;1;1)$. Найти скалярное произведение векторов

Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{b}=4\vec{i}+5\vec{j}-3\vec{k}$.

Дифференциальное исчисление. Производная

<u>Пример.</u> Найти производную функции $f(x)=(x^2+3x)^{x\cos x}$.

По полученной выше формуле получаем: $u=x^2+3x;\qquad v=x\cos x;$

Производные этих функций: $u'=2x+3;\quad v'=\cos x-x\sin x;$

Окончательно:

$$f'(x)=x\cos x\cdot(x^2+3x)^{x\cos x-1}\cdot(2x+3)+(x^2+3x)^{x\cos x}(\cos x-x\sin x)\ln(x^2+3x)$$

<u>Пример.</u> Найти производную функции $y=\ln tg\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{\sin x}$

$$y'=\frac{1}{tg\frac{x}{2}}\cdot\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sin x-x\cos x}{\sin^2 x}=\frac{1}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}-\frac{\sin x-x\cos x}{\sin^2 x}=\frac{\sin x-\sin x+x\cos x}{\sin^2 x}=$$

$$=\frac{x\cos x}{\sin^2 x}$$

<u>Пример.</u> Найти производную функции $y=x^2e^{x^2}\ln x$

$$y'=\left(x^2e^{x^2}\right)'\ln x+x^2e^{x^2}\frac{1}{x}=\left(2xe^{x^2}+x^2e^{x^2}2x\right)\ln x+xe^{x^2}=2xe^{x^2}(1+x^2)\ln x+xe^{x^2}=$$

$$=xe^{x^2}(1+2\ln x+2x^2\ln x)$$

Для самостоятельной работы

Найти производную: $y=ctg\sqrt{x}$

Найти производную: $y=6^{7x}$

Найти производную: $y=\sin 2x\cdot\ln x$

Найти производную: $y=arctg(\sqrt[4]{x+2})$.

Найти производную: $y=x\cdot 3^{3\cos^2 x}$

Найти производную: $y=\dfrac{2+\arcsin\cdot x^2}{\sqrt{1+x^3}}$.

Приложения производной

<u>Пример:</u> Найти предел по правилу Лопиталя $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1+\ln x}{e^x-e}$.

Как видно, при попытке непосредственного вычисления предела получается неопределенность вида $\dfrac{0}{0}$. Функции, входящие в числитель и знаменатель дроби удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

$f'(x) = 2x + \frac{1}{x}$; $g'(x) = e^x$;

$$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{2x+\frac{1}{x}}{e^x} = \frac{2+1}{e} = \frac{3}{e};$$

<u>Пример:</u> Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\pi - 2arctgx}{e^{\frac{3}{x}}-1}$.

$$f'(x) = -\frac{2}{1+x^2}; \qquad g'(x) = e^{\frac{3}{x}}\cdot\frac{-3}{x^2};$$

$$\lim_{x\to\infty}\left[-\frac{2x^2}{(1+x^2)e^{\frac{3}{x}}(-3)}\right] = \frac{-2}{(0+1)\cdot 1\cdot(-3)} = \frac{2}{3}.$$

Если при решении примера после применения правила Лопиталя попытка вычислить предел опять приводит к неопределенности, то правило Лопиталя может быть применено второй раз, третий и т.д. пока не будет получен результат. Естественно, это возможно только в том случае, если вновь полученные функции в свою очередь удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

Для самостоятельной работы

Найти $\lim\limits_{x\to 0}\frac{7^{2x}-5^{3x}}{2x - arctg3x}$

Найти $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$.

<u>Пример.</u> Найти асимптоты и построить график функции $y = \frac{x^2+2x-1}{x}$.

1) Вертикальные асимптоты: $y\to+\infty$ $x\to 0-0$: $y\to-\infty$ $x\to 0+0$, следовательно, x = 0- вертикальная асимптота.

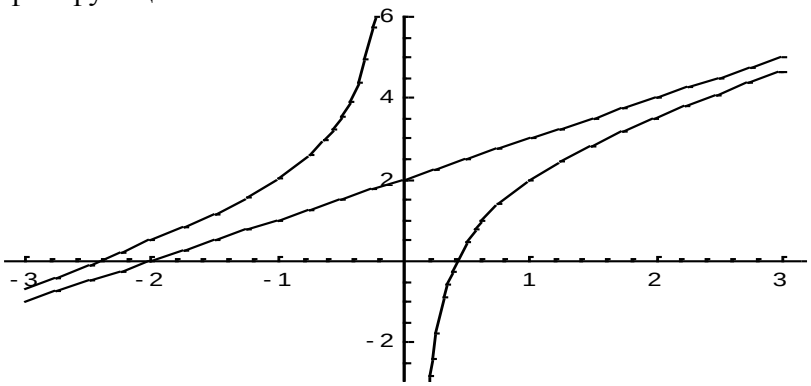
2) Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2x-1}{x^2} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right) = 1$$

$$b = \lim_{x\to\infty}(f(x)-x) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x-1}{x}-x\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x-1-x^2}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right) = 2$$

Таким образом, прямая y = x + 2 является наклонной асимптотой.

Построим график функции:



Пример: Исследовать функцию $y = \dfrac{x^3+4}{x^2}$ и построить ее график.

1. Областью определения функции являются все значения x, кроме x = 0.

2. Функция является функцией общего вида в смысле четности и нечетности.

3. Точки пересечения с координатными осями: с осью Ox: y = 0; x = $-\sqrt[3]{4}$

с осью Oy: x = 0; y – не существует.

4. Точка x = 0 является точкой разрыва $\lim\limits_{x\to 0} y = \infty$, следовательно, прямая x = 0 является вертикальной асимптотой.

Наклонные асимптоты ищем в виде: y = kx + b.

$$k = \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^3+4}{x^3} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x^3}\right) = 1$$

$$b = \lim_{x\to\infty}(f(x)-kx) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3+4}{x^2}-x\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^3} = 0.$$

Наклонная асимптота y = x.

5. Находим точки экстремума функции.

$y' = 1-\dfrac{8}{x^3}$; y′ = 0 при x = 2, y′ = ∞ при x = 0.

y′ > 0 при x ∈ (-∞, 0) – функция возрастает,

y′ < 0 при x ∈ (0, 2) – функция убывает,

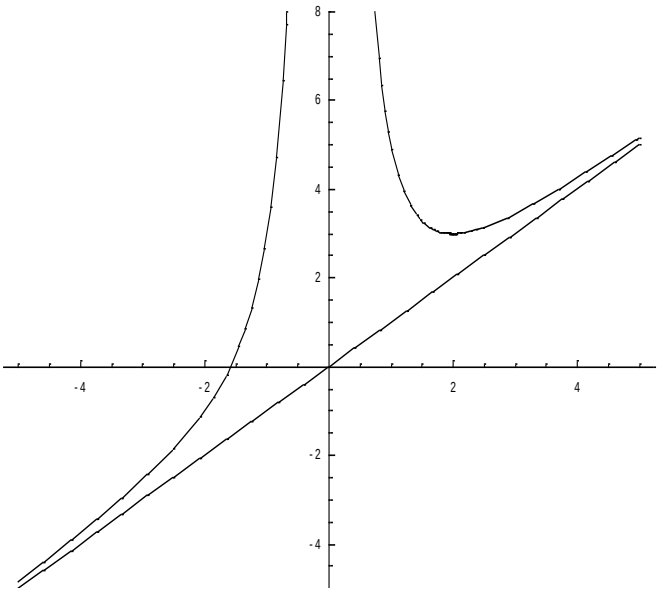
y′ > 0 при x ∈ (2, ∞) – функция возрастает.

Таким образом, точка (2, 3) является точкой минимума.

Для определения характера выпуклости/вогнутости функции находим вторую производную.

$y'' = \dfrac{24}{x^4}$ > 0 при любом x ≠ 0, следовательно, функция, вогнутая на всей области определения.

6. Построим график функции.



Для самостоятельного решения

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x - x^2$ на отрезке $[-2;1]$ равны

Найти точку минимума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ +-1

Найти точку максимума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ является

Найти точку перегиба функции $y = x^3 - x^2 + 1$ является

Исследовать функцию. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$ и построить ее график.

Неопределенный интеграл.

Пример. Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Сделаем замену *t = sinx, dt = cosxdt.*

$$\int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sin^{3/2} x + C.$$

Пример. $\int x(x^2 + 1)^{3/2} dx.$

Замена $t = x^2 + 1; \quad dt = 2xdx; \quad dx = \dfrac{dt}{2x}$; Получаем:

$$\int t^{3/2} \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{3/2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} t^{5/2} + C = \frac{t^{5/2}}{5} + C = \frac{(x^2 + 1)^{5/2}}{5} + C;$$

Пример. $\int x^2 \sin x dx = \begin{Bmatrix} u = x^2; & dv = \sin x dx; \\ du = 2xdx; & v = -\cos x \end{Bmatrix} = -x^2 \cos x + \int \cos x \cdot 2xdx =$

$$= \begin{Bmatrix} u = x; & dv = \cos x dx; \\ du = dx; & v = \sin x \end{Bmatrix} = -x^2 \cos x + 2\left[x \sin x - \int \sin x dx\right] = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2\cos x + C.$$

Пример.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x + 8}} = \int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x - 1 + 9}} = \{dx = d(x+1)\} = \int \frac{d(x+1)}{\sqrt{9 - (x+1)^2}} = \{x + 1 = t\} =$$

$$= \int \frac{dt}{\sqrt{3^2 - t^2}} = \arcsin \frac{t}{3} + C = \arcsin \frac{x+1}{3} + C.$$

Пример.

$$\int \sin 7x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 5x dx - \frac{1}{2} \int \cos 9x dx = \frac{1}{10} \sin 5x - \frac{1}{18} \sin 9x + C.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{4dx}{\sin^2 2x} = \left\{ \frac{dctg\, 2x}{dx} = \frac{-2}{\sin^2 x} \right\} = -2ctg\, 2x + C$$

Для самостоятельного решения

Найти интегралы:

$\int \dfrac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx.$ $\qquad$ $\int x^2 arctgx\, dx.$

$\int \dfrac{x^3 + 1}{x^2 - x} dx.$ $\qquad$. $\qquad$ $\int \dfrac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx.$

$\int \dfrac{5x^4 - x^3 + 4x^2 + 8}{x^3 - 8} dx.$ $\qquad$ $\int \dfrac{dx}{x\sqrt{x^2 + x - 1}}.$

$\int \dfrac{\sin^3 x}{4 + \cos x} dx.$ $\qquad$ $\int \sin^2 x \cos^4 x\, dx.$ $\qquad$.

Функции многих переменных

<u>Пример.</u> Найти полный дифференциал функции $z = \dfrac{y}{x^2 - y^2}$.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-2yx}{(x^2 - y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y'(x^2 - y^2) - y(-2y)}{(x^2 - y^2)^2} = \frac{x^2 - y^2 + 2y^2}{(x^2 - y^2)^2} = \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)^2}$$

$$dz = -\frac{2xy}{(x^2 - y^2)}dx + \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)^2}dy$$

Для самостоятельного решения

Найти частные производные 2-го порядка функции $z = x^2 - 5y - 4x + xy + y^2$

Найти экстремум функции $z = xy - 4y + 2x^2 - 2x - 2y^2$

Найти полный дифференциал функции $z = \sqrt{\dfrac{y}{x}} - x^2y^2$ при x=1, y=2, dx =0,1, dy=0,

Найти полный дифференциал функции $z = 1 + 10xy + y + 2\sqrt{x} - 2y^3$

Примеры экзаменационных билетов

ФГБОУ ВО Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова

Экзаменационный билет №1

Кафедра математического анализа
Дисциплина *математика*
Факультет *Управления*
Направление *Государственное и муниципальное управление*
Курс *1*

1. Частные производные функции 2-х переменных.

2. Найти $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}}dx$

3. Найти мнимую ось эллипса $x^2+4y^2=4$

Зав.кафедрой _____А.Г.Кусраев

ФГБОУ ВО Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова

Экзаменационный билет №2

Кафедра математического анализа
Дисциплина *математика*
Факультет *Управления*
Направление *Государственное и муниципальное управление*
Курс *1*

1. Экстремум функции 2-х переменных.

2. Упростить и вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

3. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\cos^2 x \sin x dx$

Зав.кафедрой _____А.Г.Кусраев

ФГБОУ ВО Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л.Хетагурова

Экзаменационный билет №3

Кафедра математического анализа
Дисциплина *математика*
Факультет *Управления*
Направление *Государственное и муниципальное управление*
Курс *1*

1. Предел числовой последовательности

2. Найти $\int_{2}^{5} \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$

3. Найти z''_{yy} функции $z = \sqrt{5}xy + 6y^2 + 2x^2 - 4 - \sqrt{x}$

Зав.кафедрой _____А.Г.Кусраев

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Список рекомендуемой литературы

а)основная литература

1. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т.3-е изд., перераб. Москва Физматлит, 2010. URL:https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818
2. Высшая математика для экономистов, учебник под редакцией Н.Ш.Кремера, ЮНИТИ-ДАНА, 2014
3. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Основы математического анализа, учебник, СПб.: Лань, 2015// ЭБС "Лань https://e.lanbook.com/book/65055
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб. для втузов. — М., 2003http://math.reshebnik.ru/minorskiy/
5. Дмитрий Письменный. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс АЙРИС ПРЕСС, 2006 http://bsuir-helper.ru/predmet/vysshaya-matematika/metody/konspekt-lektsii-po-vysshei-matematike-polnyi-kurs-dmitrii-pismen

б) дополнительная литература

6. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. СПб.: Лань, 2016 // ЭБС "Лань https://e.lanbook.com/book/89934
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, Часть 1., 2005https://obuchalka.org/20180627101468/osnovi-matematicheskogo-analiza-chast-1-ilin-v-a-poznyak-e-g-2005.html
8. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие. СПб.: Лань, 2015// ЭБС "Лань https://e.lanbook.com/reader/book/149

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Электронная библиотека диссертации и авторефератов РГБ(ЭБД РГБ) https://dvs.rsl.ru
2. ЭБС"Университетская библиотека ONLINE" https://biblioclub.ru
3. ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» http://elibrary.ru.

Состав лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

№ п/п	Наименование	№ договора (лицензия)
1.	Windows 7 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.
2.	Office Standard 2016	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.

10. Материально-техническое оснащение дисциплины

Проведение лекционных и практических занятий по дисциплине осуществляется в следующих аудиториях:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа:

преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, демонстрационное оборудование - мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение:Windows 8.1 Professional; OfficeStandard 2010; Антивирусное программное обеспечение Kasperksy Total Security; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; КонсультантПлюс; Гарант; Moodle, Cisco Webex; учебно-наглядные пособия.
Учебные аудитории для занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки, программное обеспечение:Windows 8.1 Professional;OfficeStandard 2010; Антивирусное программное обеспечение Kasperksy Security Cloud; Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»; Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»; Консультант плюс; Гарант; Moodle, Cisco Webex.
Лаборатории - компьютерные классы для проведения тестирования: преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение:Windows 7 Professional;OfficeStandard 2016; WinRar; MicrosoftVisio 10; MicrosoftVisualstudio; KasperskySecurityCloud; КонсультантПлюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ».
Помещения для самостоятельной работы: компьютерные классы с доступом к ресурсам сети Интернет: преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК обучающихся, программное обеспечение:Windows 7.1 Professional;OfficeStandard 2016; WinRar; MicrosoftVisio; MicrosoftVisualstudio; KasperskySecurityCloud; КонсультантПлюс, Гарант, Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний», Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ». библиотека, в том числе читальный зал: столы, стулья, ПК обучающихся, программное обеспечение, учебные и научные фонды библиотеки СОГУ, доступ к электронным библиотечным ресурсам: ЭБС «Университетская библиотека Online»http://www.biblioclub.ru Электронная библиотека диссертаций РГБ (ЭБД РГБ) https://dvs.rsl.ru Электронная библиотека «Консультант студента»http://www.studmedlib.ru/ Научная электронная библиотека eLibrary.ru http://elibrary.ru База данных «ЭБС elibrary»http://elibrary.ru Электронная библиотека «Юрайт»http://biblio-online.ru

11. Лист обновления/актуализации

Программа актуализирована и утверждена на заседании кафедры математического анализа «23» марта 2020 г., протокол № 7