

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УР
А. М. Дитуров
«*24*» _____ 2017 г.

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Форма обучения – очная

Владикавказ, 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 943, учебным планом подготовки бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика», утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 27.04.2017 г. № 11.

Составитель: профессор Бичегкуев М.С.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и согласована на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений
(протокол №8 от 28.03.2017 г.)

Одобрена советом факультета математики и информационных технологий
(протокол № 5 от 31.03.2017 г.)

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачётные единицы. (144 час.).

	Очная Форма обучения
Курс	2
Семестр	3/4
Лекции	36/16
Практические занятия	18/16
Лабораторные занятия	-
Консультации	-/-
Итого аудиторных занятий	54/32
Самостоятельная работа	54/4
Курсовая работа	-
Зачет	+/+
Экзамен	-/-
Общее количество часов	144 час.

2. Цели освоения дисциплины

Получение базовых знаний по дифференциальной геометрии: основы теории кривых и теории поверхностей, основы внутренней геометрии поверхностей.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к дисциплинам Блок 1. Дисциплины (модули). Базовая часть. Б1.Б.14.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: математический анализ, алгебра и геометрия, дифференциальные уравнения.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

ОПК-1 -готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности ;

ОПК-3 -способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе ;

ПК-2 -способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;

ПК-3 -способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции	Планируемые результаты обучения, соответствующие
-------------	--

Код	Формулировка	формируемым компетенциям ОПОП		
		Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	основные понятия дисциплины; основы теории кривых и теории поверхностей; основы внутренней геометрии поверхностей	применять полученные методы и модели к решению типовых и практических задач с использованием аппарата дифференциальной геометрии; пользоваться расчетными формулами, теоремами, таблицами при решении задач	методами дифференциальной геометрии и топологии для решения различных задач
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	основы теории кривых и поверхностей, основы общей топологии	применять дифференциальное и интегральное исчисление при изучении кривых и поверхностей	методами дифференциальной геометрии и топологии для решения конкретных задач
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	выводы формул для кривизны и кручения кривой; структуру; способы задания топологии	находить кривизну и кручения кривой; первая и вторая квадратичная форма; определение топологического пространства и примеры	вычислительными формулами для кривизны и кручения
ПК-3	способностью	Классификацию	применять методы	методами

	строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	поверхностей и классы топологических пространств	дифференциальной геометрии и топологии при исследовании кривых и поверхностей	дифференциальной геометрии, дифференциальных уравнений и основами общей топологии.
--	---	--	---	--

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер раздела	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Количество баллов		Литера тура
		Л	пр	Содержание	Часы		min	max	
3 семестр									
1	Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых.	4	2	Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых.	5	Конспект, вопросы в рубежной контрольной	0	10	[1-5]
2	Пространственные кривые. Репер Френе.	4	2	Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	5	Конспект, вопросы в рубежной контрольной	0	10	[1-5]
3	Длина дуги кривой. Естественная параметризация.	4	2	Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.	5	Конспект, вопросы в рубежной контрольной	0	10	[1-5]
4	Кривизна и кручение пространственных кривых.	4	2	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	5		0	10	[1-5]
5	Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.	4	2	Первая квадратичная форма поверхности.	5		0	10	[1-5]

				Длина дуги кривой на поверхности.					
6	Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.	4	2	Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.	5		0	10	[1-5]
7	Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.	2	1	Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена. Асимптотические направления.	6		0	10	[1-5]
8	Вторая квадратичная форма её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	4	2	Главные кривизны. Линии кривизны. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	6		0	10	[1-5]
9	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2	1	Длина дуги кривой. Естественная параметризация. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.	6		0	10	[1-5]
10	Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии и их	4	2	Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой.	6		0	10	[1-5]

	свойства.			Кривизна плоских кривых.					
	Итого за 3с	36	18		54			100	
4 семестр									
1	Определение топологического пространства. Примеры Способы задания топологии	2	2	Топология числовой прямой. Предельные точки множества	1		0	10	[1-5]
2	Структура множества Различные классы подмножеств	2	2	Предбаза топологии. Индуцированная топология	1		0	10	[1-5]
3	Подпространство топологического пространства Сходимость в топологическом пространстве	2	2	Критерии непрерывности отображений. Аксиомы отделимости	1		0	10	[1-5]
4	Непрерывные отображения Замкнутые и открытые отображения	2	2	Компактность произведения пространств. Связность числового множества	1		0	10	[1-5]
5	Гомеоморфизмы Фактортопология, факторпространство	2	4				0	15	[1-5]
6	Произведение пространств	2	2				0	15	[1-5]
7	Компактные пространства	2	2				0	15	[1-5]
8	Связные и линейно связные пространства	2					0	15	[1-5]
	Итого за 4с.	16	16		4				

Примечания:

– Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

– В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

6. Образовательные технологии

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий.

Лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

Онлайн-семинар – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

Видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Видео-лекция – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

Технология электронного обучения (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Творческое задание составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

Публичная презентация проекта - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

Интерактивная лекция представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

Разработка проекта позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

Проблемное обучение - поиск ответов на вопросы по теме.

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относятся: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

Рубежный контроль осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

1. Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых.
2. Пространственные кривые. Репер Френе.
3. Длина дуги кривой. Естественная параметризация.
4. Кривизна и кручение пространственных кривых.
5. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.

6. Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.
7. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.
8. Вторая квадратичная форма её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны. Средняя и гауссова кривизна поверхности.
9. Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.
10. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии и их свойства.
11. Определение топологического пространства. Примеры Способы задания топологии
12. Структура множества Различные классы подмножеств
13. Подпространство топологического пространства Сходимость в топологическом пространстве
14. Непрерывные отображения Замкнутые и открытые отображения
15. Гомеоморфизмы Фактортопология, факторпространство
16. Произведение пространств
17. Компактные пространства
18. Связные и линейно связные пространства

Критерии оценивания представлены в таблице 8.1.

Тематика практических занятий

ТЕМА №1: Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых.

ТЕМА №2: Пространственные кривые. Репер Френе.

ТЕМА №3: Длина дуги кривой. Естественная параметризация.

ТЕМА №4: Кривизна и кручение пространственных кривых.

ТЕМА №5: Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.

ТЕМА №6: Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.

ТЕМА №7: Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.

ТЕМА №8: Вторая квадратичная форма её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны. Средняя и гауссова кривизна поверхности.

ТЕМА №9: Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Сумма ограниченного числа бесконечно малых векторов
 бесконечно большой вектор
 + бесконечно малый вектор
 конечный вектор
 предел переменного вектора
 производная векторной функции скалярного аргумента

Предел переменного вектора, это

+вектор
бесконечно малый вектор
число
бесконечно малое число
бесконечно большое число

Предел постоянного вектора равен
нулю
конечному числу
+самому вектору
скалярному аргументу
векторной функции скалярного аргумента

Векторная функция называется непрерывной, если
ее предел есть бесконечно малая величина
если ее приращение, соответствующее бесконечно большому аргументу бесконечно большое
если ее приращение, соответствующее бесконечно малому аргументу бесконечно большое
если ее приращение, соответствующее бесконечно большому аргументу бесконечно мало
+ если ее приращение, соответствующее бесконечно малому аргументу бесконечно мало

Для непрерывности векторной функции скалярного аргумента
+необходима и достаточна непрерывность ее координат
необходимо существование предела функции
необходима непрерывность ее координат
достаточна непрерывность ее координат
необходимо существование предела слева функции в точке

Производная вектор-функции постоянной длины
параллельна координатным плоскостям
принадлежит соприкасающейся плоскости
+ортогональна вектор-функции
коллинеарна вектор-функции
лежит в нормальной плоскости

Производная вектор-функции постоянного направления
+коллинеарна вектор-функции
перпендикулярна вектор-функции
компланарна вектор-функции и второй производной вектор-функции
коллинеарна второй вектор-функции
ортогональна касательной годографа вектор-функции

Вектор-функция, параллельная постоянной плоскости
коллинеарна производной вектор-функции
ортогональна производной вектор-функции
компланарна второй производной векторной функции
+ компланарна первой и второй производной векторной функции
коллинеарна первой и второй производной векторной функции

Чтобы кривая была параметризованной, необходимо, чтобы существовало соответствие между значениями параметра и точками кривой, это соответствие должно быть взаимно-однозначным

непрерывным
взаимно-однозначным и непрерывным
дифференцируемым
+непрерывным и дифференцируемым

Касательной к параметризованной кривой называется
+прямая, занимающая предельное положение секущей, проходящей через данную точку и точку кривой, неограниченно приближающуюся к данной хорда, соединяющая две бесконечно близкие точки кривой
прямая, параллельная производной вектор-функции в точке
прямая, перпендикулярная производной вектор-функции в точке
прямая, занимающая предельное положение секущей, проходящая через две точки на кривой

Особой точкой параметризованной кривой заданной вектор-функцией называется точка, в которой:
вектор первой производной кривой равен вектору второй производной кривой
+вектор первой производной кривой равен нулю
вектор первой производной кривой коллинеарен вектору второй производной кривой
вектор второй производной кривой равен нулю
вектор первой производной кривой ортогонален вектору второй производной кривой

Прямая называется касательной прямой к поверхности
если она касается любой замкнутой кривой на поверхности
если она пересекает поверхность только в одной точке
если она принадлежит поверхности
+если она касается какой-либо кривой на поверхности
если она касается какой-либо прямой на поверхности

Нормалью поверхности называется
прямая, перпендикулярная касательной прямой и проходящая через точку прикосновения
прямая, перпендикулярная соприкасающейся плоскости и проходящая через точку прикосновения
прямая, лежащая в нормальной плоскости и проходящая через точку прикосновения
прямая, лежащая в нормальной плоскости и перпендикулярная какой-либо касательной кривой
+прямая, проходящая через точку перпендикулярно касательной плоскости

Касательной плоскостью поверхности называется
+геометрическое место прямых, касающихся поверхности в обыкновенной точке
геометрическое место прямых, касающихся поверхности в особой точке
геометрическое место прямых, имеющих единственную точку пересечения с поверхностью
плоскость, в которой лежат прямые, имеющие бесконечно удаленные точки пересечения с поверхностью
плоскость, содержащая нормаль и касательную к поверхности

Соприкасающейся плоскостью кривой называется
+предельное положение плоскости проходящей через три неограниченно сближающиеся точки этой линии
предельное положение плоскости проходящей через две неограниченно сближающиеся точки кривой

плоскость, образованная касательным вектором кривой и радиус-вектором
плоскость, образованная касательным вектором кривой и соприкасающимся вектором кривой
плоскость, образованная касательным вектором кривой и любым нормальным вектором кривой

Точками спрямления параметризованной кривой называются точки в которых
+вектор второй производной равен нулю
вектор первой производной кривой коллинеарен вектору второй производной кривой
вектор первой производной кривой ортогонален вектору второй производной кривой
вектор второй производной кривой коллинеарен радиус-вектору кривой
вектор второй производной кривой ортогонален радиус-вектору кривой

Нормалью пространственной кривой называется
всякая прямая перпендикулярная касательной и проходящая через точку прикосновения
прямая перпендикулярная соприкасающейся плоскости
прямая, принадлежащая соприкасающейся плоскости
+всякая прямая, перпендикулярная касательной
прямая, перпендикулярная касательной плоскости и проходящая через точку прикосновения

Нормальной плоскостью пространственной кривой называется
плоскость, проходящая через три неограниченно сближающиеся точки кривой
плоскость, перпендикулярная соприкасающейся плоскости кривой
плоскость, образованная касательным вектором и нормальным вектором кривой и проходящая через точку касания
+плоскость, перпендикулярная касательной к кривой и проходящая через точку касания
плоскость, коллинеарная касательной к кривой и проходящая через точку касания

Главной нормалью пространственной кривой называется
прямая пересечения нормальной плоскости кривой и спрямляющей плоскости кривой в данной точке
прямая, перпендикулярная касательной к кривой и проходящая через точку касания
+нормаль, расположенная в соприкасающейся плоскости
нормаль, расположенная в спрямляющей плоскости
прямая пересечения соприкасающейся и спрямляющей плоскостей

Бинормалью пространственной кривой называется
нормаль поверхности на которой лежит пространственная кривая
прямая пересечения касательной и нормальной плоскостей
прямая пересечения касательной и соприкасающейся плоскостей
нормаль, коллинеарная соприкасающейся плоскости
+нормаль, перпендикулярная соприкасающейся плоскости

Спрямляющей плоскостью пространственной кривой называется
+плоскость, содержащая бинормаль и касательную к кривой
плоскость, содержащая главную нормаль и касательную к кривой
плоскость содержащая главную нормаль и бинормаль к кривой в точке касания
предельное положение плоскости, проходящей через неограниченно сближающиеся точки кривой
предельное положение плоскости, проходящей через две неограниченно сближающиеся точки кривой

Длиной дуги кривой называется
интеграл от модуля радиус-вектора данной кривой
+предел периметра ломанной линии, вписанной в данную дугу, если число звена ломанной неограниченно возрастает, а длина каждого звена стремится к нулю
предел периметра ломанной линии, вписанной в дугу, соединяющую эту точку с началом координат
длина дуги окружности, проходящей через две данные точки с центром в начале координат
интеграл от модуля производной радиус-вектора данной кривой по натуральному параметру

Параметр кривой называется натуральным,
если его предел, при неограниченном сближении точек кривой равен нулю
если его предел при неограниченном сближении точек кривой равен единице
+если его значение для точки кривой равно длине дуги кривой от начальной точки кривой до данной точки
его значение для точки кривой равно длине дуги кривой от начало координат до данной точки
если производная радиус-вектора кривой по этому параметру перпендикулярна касательной

Первая производная радиус-вектора кривой по натуральному параметру, есть
единичный вектор направленный по нормальям к кривой
+единичный вектор направленный по касательной к кривой
единичный вектор направленный по бинормали к кривой
вектор принадлежащий нормальной плоскости к кривой
вектор принадлежащий касательной плоскости к кривой

Вектор второй производной от радиус-вектора кривой по натуральному параметру
направлен
+по главной нормали
по бинормали кривой
по касательной к кривой
по спрямляющей плоскости кривой
под прямым углом к главной нормали кривой

Матрица разложения производных векторов сопровождающего трехгранника по векторам этого же трехгранника
симметричная
+кососимметричная
диагональная
скалярная
единичная

Кривизна кривой в данной точке есть
предел периметра ломанной линии, вписанной в данную дугу, если число звеньев ломанной неограниченно возрастает, а длина каждого звена стремится к нулю
предельное положение прямой, проходящей через две неограниченно сближающиеся точки кривой
радиус окружности, проходящей через две неограниченно сближающиеся точки кривой с центром в начале координат

+предел отношения угла поворота касательной на дуге, стягивающейся к данной точке, к длине этой дуги
предел отношения угла поворота бинормали на дуге, стягивающейся к данной точке, к длине этой дуги

Кручение кривой в данной точке кривой есть
предел периметра ломанной линии, вписанной в данную дугу, если число звеньев ломанной неограниченно возрастает, а длина каждого звена стремится к нулю
предельное положение прямой, проходящей через две неограниченно сближающиеся точки кривой
радиус окружности, проходящей через две неограниченно сближающиеся точки кривой с центром в начале координат
предел отношения угла поворота касательной на дуге, стягивающейся к данной точке, к длине этой дуги
+предел отношения угла поворота бинормали на дуге, стягивающейся к данной точке, к длине этой дуги

Под углом между двумя кривыми на поверхности понимают
угол между векторами вторых производных кривых в точке пересечения
угол между нормальными кривых в точке пересечения
угол между главными нормальными кривых в точке пересечения
угол между бинормальными кривых в точке пересечения
+угол между касательными к кривым в точке пересечения

Нормальное сечение поверхности образуется плоскостью, проходящей через данную точку поверхности и
+содержащей нормаль поверхности в этой точке
содержащей главную нормаль поверхности в этой точке
содержащей все касательные к кривым, проходящим через эту точку
содержащей бинормаль поверхности в этой точке
и пересекающей поверхность под прямым углом с любой кривой, проходящей через данную точку

Линия на поверхности называется асимптотической, если
если она является прямой, целиком лежащей на поверхности
если ее касательная перпендикулярна главной нормали в каждой точке кривой
+если касательная плоскость поверхности совпадает с соприкасающейся плоскостью этой линии в каждой точке линии
если касательная плоскость поверхности совпадает с нормальной плоскостью этой линии в каждой точке линии
если касательная плоскость поверхности совпадает со спрямляющей плоскостью этой линии в каждой точке линии

Линия на поверхности называется линией кривизны
если она является прямой, целиком лежащей на поверхности
+если эта линия в каждой своей точке направлена по главному направлению поверхности
если эта линия в каждой своей точке перпендикулярна асимптотическому направлению на поверхности
если касательная плоскость поверхности совпадает с нормальной плоскостью этой линии в каждой точке линии
если касательная плоскость поверхности совпадает со спрямляющей плоскостью этой линии в каждой точке линии

Две поверхности называются наложимыми, если
поверхности пересекаются под прямым углом
поверхности пересекаются по прямой
поверхности пересекаются по асимптотической линии
+ между их точками можно установить взаимно-однозначное соответствие при котором
длины соответствующих дуг линий, расположенных на этих поверхностях, равны между
собой
между точками поверхностей и точками плоскости можно установить взаимно
однозначное соответствие

Производная векторной функции по ее скалярному аргументу
равна нулю
равна скалярному произведению вектора на его длину
+ есть вектор, направленный по касательной годографа в его соответствующей точке
перпендикулярен векторной функции
коллинеарна векторной функции

Производная суммы векторов равна
сумме произведений производной первого вектора на длину второго вектора и
производной второго вектора на длину первого вектора
равна нулю
скалярному произведению производных данных векторов
векторному произведению производных данных векторов
+ сумма производных слагаемых

Производная произведения вектора на скаляр равна
сумме произведений производной скаляра на вектор и производной вектора на скаляр
сумме производных сомножителей
произведению производной вектора на производную скаляра
+ произведению производной вектора на скаляр
произведению вектора на производную скаляра

Производная скалярного произведения двух векторов равна
скалярному произведению производных каждого вектора
+ сумме двух скалярных произведений: производной первого вектора на второй и
производной второго вектора на первый
сумме двух векторных произведений: производной первого вектора на второй и первого
вектора на производную второго
перпендикулярна каждому из сомножителей
равна нулю

Производная векторного произведения двух векторов равна
векторному произведению производных каждого вектора
равна нулю
сумме двух скалярных произведений: производной первого вектора на второй и
производной второго вектора на первый
+ сумме двух векторных произведений: производной первого вектора на второй и первого
вектора на производную второго вектора
скалярному произведению производных каждого вектора

Производная смешанного произведения трех векторов равна

векторному произведению производных каждого вектора
скалярному произведению производных каждого вектора
смешанному произведению производных каждого вектора
равна нулю

+сумме трех смешанных произведений: производной первого вектора на второй и третий,
первого вектора на производную второго и третий вектор и, наконец, произведению
первого и второго вектора на производную третьего вектора

Производная постоянного вектора
перпендикулярна направлению вектора
коллинеарна направлению вектора
+равна нулю
направлена по касательной к годографу векторной функции
имеет направление противоположное постоянному вектору

Координаты производной векторной функции равны
координатам единичного вектора, направленного по касательной к годографу векторной
функции
+производным координат векторной функции
скалярному произведению координат векторной функции на координаты единичного
вектора
векторному произведению координат векторной функции на координаты единичного
вектора
нулю

Нормалью плоской кривой называется
прямая, перпендикулярная касательной
прямая, перпендикулярная касательной и проходящая через точку касания
+прямая, лежащая в плоскости кривой, перпендикулярная касательной и проходящая
через точку касания
прямая, перпендикулярная плоскости кривой и проходящая через точку касания
любая прямая, перпендикулярная касательной и проходящая через точку касания

Асимптотой плоской кривой называется
предельное положение касательной, точки касания которой неограниченно сближаются
+предельное положение касательной, точки касания которой неограниченно удаляются по
кривой
прямая, обе точки пересечения которой с кривой удалены в бесконечность
прямая, одна точка пересечения которой с кривой удалена в бесконечность
прямая, лежащая в плоскости кривой, перпендикулярная касательной и проходящая через
точку касания

Дважды непрерывно дифференцируемая вектор-функция $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ называется бирегулярной
если
+ $\mathbf{r}'(t) \neq 0$, $\mathbf{r}''(t) \neq 0$;
 $(\mathbf{r}'(t), \mathbf{r}''(t)) \neq 0$;
векторы $\mathbf{r}'(t)$, $\mathbf{r}''(t)$ коллинеарны ;
векторы $\mathbf{r}'(t)$, $\mathbf{r}''(t)$ неколлинеарны ;
векторы $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{r}''(t)$ коллинеарны.

Какое из равенств выполняется для векторной функции $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$, где s -натуральный
параметр?

$(\mathbf{r}(s), d\mathbf{r}(s)/ds) = 0$;
 $(\mathbf{r}(s), \mathbf{r}(s)) = 1$;
 $+(d\mathbf{r}(s)/ds, d\mathbf{r}(s)/ds) = 1$;
 $(d\mathbf{r}(s)/ds, d^2\mathbf{r}(s)/ds^2) = 0$;
 $(d\mathbf{r}(s)/ds, d^2\mathbf{r}(s)/ds^2, d^3\mathbf{r}(s)/ds^3) = 0$.

Какое условие должно выполняться для того, чтобы заданная на отрезке $[a, b]$ векторная функция была постоянного модуля
 $\mathbf{r}'(t) = 0$;
 $+\mathbf{r}'(t)$ и $\mathbf{r}(t)$ ортогональны ;
 $(\mathbf{r}(t), \mathbf{r}'(t)) \neq 0$;
 $[\mathbf{r}(t), \mathbf{r}'(t)] = 0$;
 $\mathbf{r}'(t)$ и $\mathbf{r}''(t)$ параллельны .

Найти точку кривой $x = 3t - t^3, y = 3t^2, z = 3t + t^3$ в которой касательная параллельна плоскости $3x + y + z + 2 = 0$
 $(2; 3; 4)$;
 $(-2; -3; 4)$;
 $(0; 4; 6)$;
 $(2; -3; 4)$;
 $+(-2; 3; -4)$.

Кривизна пространственной кривой в точке M_0 определяется пределом при $\Delta s \rightarrow 0$
 отношения $\varphi/\Delta s$ где Δs - длина дуги M_0M , а φ - это
 Угол между касательной в точке M_0 и секущей M_0M
 +Угол между касательными в точке M и в точке M_0
 Угол между главными нормальными в точке M и в точке M_0
 Угол между бинормальными в точке M и в точке M_0
 Угол между радиус-векторами в точке M и в точке M_0

Сумма ограниченного числа бесконечно малых векторов
 бесконечно большой вектор
 +бесконечно малый вектор
 конечный вектор
 предел переменного вектора
 производная векторной функции скалярного аргумента

Предел переменного вектора, это
 +вектор
 бесконечно малый вектор
 число
 бесконечно малое число
 бесконечно большое число

Предел постоянного вектора равен
 нулю
 конечному числу
 +самому вектору
 скалярному аргументу
 векторной функции скалярного аргумента

Векторная функция называется непрерывной, если

ее предел есть бесконечно малая величина
если ее приращение, соответствующее бесконечно большому аргументу бесконечно большое
если ее приращение, соответствующее бесконечно малому аргументу бесконечно большое
если ее приращение, соответствующее бесконечно большому аргументу бесконечно мало
+если ее приращение, соответствующее бесконечно малому аргументу бесконечно мало

Для непрерывности векторной функции скалярного аргумента
+необходима и достаточна непрерывность ее координат
необходимо существование предела функции
необходима непрерывность ее координат
достаточна непрерывность ее координат
необходимо существование предела слева функции в точке

Производная вектор-функции постоянной длины
параллельна координатным плоскостям
принадлежит соприкасающейся плоскости
+ортогональна вектор-функции
коллинеарна вектор-функции
лежит в нормальной плоскости

Производная вектор-функции постоянного направления
+коллинеарна вектор-функции
перпендикулярна вектор-функции
компланарна вектор-функции и второй производной вектор-функции
коллинеарна второй вектор-функции
ортогональна касательной годографа вектор-функции

Вектор-функция, параллельная постоянной плоскости
коллинеарна производной вектор-функции
ортогональна производной вектор-функции
компланарна второй производной векторной функции
+компланарна первой и второй производной векторной функции
коллинеарна первой и второй производной векторной функции

Чтобы кривая была параметризованной, необходимо, чтобы существовало соответствие между значениями параметра и точками кривой, это соответствие должно быть
взаимно-однозначным
непрерывным
взаимно-однозначным и непрерывным
дифференцируемым
+непрерывным и дифференцируемым

Касательной к параметризованной кривой называется
+прямая, занимающая предельное положение секущей, проходящей через данную точку и точку кривой, неограниченно приближающуюся к данной
хорда, соединяющая две бесконечно близкие точки кривой
прямая, параллельная производной вектор-функции в точке
прямая, перпендикулярная производной вектор-функции в точке
прямая, занимающая предельное положение секущей, проходящая через две точки на кривой

Особой точкой параметризованной кривой заданной вектор-функцией называется точка, в которой:

вектор первой производной кривой равен вектору второй производной кривой

+вектор первой производной кривой равен нулю

вектор первой производной кривой коллинеарен вектору второй производной кривой

вектор второй производной кривой равен нулю

вектор первой производной кривой ортогонален вектору второй производной кривой

Прямая называется касательной прямой к поверхности

если она касается любой замкнутой кривой на поверхности

если она пересекает поверхность только в одной точке

если она принадлежит поверхности

+если она касается какой-либо кривой на поверхности

если она касается какой-либо прямой на поверхности

Нормалью поверхности называется

прямая, перпендикулярная касательной прямой и проходящая через точку прикосновения

прямая, перпендикулярная соприкасающейся плоскости и проходящая через точку прикосновения

прямая, лежащая в нормальной плоскости и проходящая через точку прикосновения

прямая, лежащая в нормальной плоскости и перпендикулярная какой-либо касательной кривой

+прямая, проходящая через точку перпендикулярно касательной плоскости

Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85 %	60–70 %	Менее 60%
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение занятий (max 8 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 2б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный

				ый стиль изложения.	ный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
3. Итоговый контроль по дисциплине					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

Вопросы для подготовки к зачёту/экзамену:

1. Длина дуги кривой.
2. Касательная и нормаль кривой.
3. Пространственные кривые. Репер Френе. Сопровождающий трехгранник.
4. Кривизна пространственных кривых.
5. Кручение пространственных кривых.
6. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
7. Эволюта и эвольвента кривой.
8. Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности.

9. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
10. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности.
11. Первая квадратичная форма поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области на поверхности.
12. Вторая квадратичная форма и ее свойства.
13. Нормальные и главные кривизны. Теорема Менье.
14. Главные направления и главные кривизны на поверхности.
15. Теорема Эйлера.
16. Теорема Родрига.
17. Средняя и гауссова кривизна поверхности.
18. Линии кривизны.
19. Дериационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.
20. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
21. Геодезические линии на поверхности. Их свойства.
22. Асимптотические направления. Асимптотические линии.
23. Классификация точек поверхности.
24. Индикатриса Дюпена.

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут» (менее 56 баллов)	«Минимальный уровень» (56-70 баллов)	«Средний уровень» (71-85 баллов)	«Высокий уровень» (86-100 баллов)
<p><u>Компетенции не сформированы.</u></p> <p>Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>
Описание критериев оценивания			
<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и

отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; - отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; - недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	материала. - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; - умение решать практические задания, которые следует выполнить; - владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; - наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.	взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора; - умение решать практические задания; - свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
Оценка «неудовлетворительно» / не зачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бюшгенс, С.С. Дифференциальная геометрия / С.С. Бюшгенс. – Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1940. – 301 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=132735> – Текст : электронный.
2. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учебное пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауф, Д.В. Левчук, Я.Н. Нужин ; Сибирский федеральный университет, Федеральное агентство научных организаций, Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук. – Красноярск :

Сибирский федеральный университет (СФУ), 2017. – 102 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497726> – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7638-3622-6. – Текст : электронный.

3. Погорелов, А.В. Дифференциальная геометрия / А.В. Погорелов. – Изд. 6-е, стереотип. – Москва : Наука, 1974. – 176 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495793> – Текст : электронный.

б) дополнительная литература:

4. Розендорн, Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии : учебное пособие / Э.Р. Розендорн. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2008. – 142 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68376> – ISBN 978-5-9221-0821-8. – Текст : электронный.
5. Сизый, С.В. Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие / С.В. Сизый. – Москва : Физматлит, 2007. – 376 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69328> – ISBN 978-5-9221-0742-6. – Текст : электронный.

в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:

– eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.

– База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>

– Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.

– Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

Лицензионное программное обеспечение:

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

Перечень ПО в свободном доступе:

1. Kaspersky Free;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser.

11. Лист обновления/актуализации

1. Программа актуализирована.

Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений

Протокол №8 от 27.03.2018 г.;

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 30.03.2018 г.)

2. Программа актуализирована.

Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений

Протокол №8 от 26.03.2019 г.;

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 29.03.2019 г.)

3. Программа актуализирована.

Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений

Протокол №8 от 24.03.2020 г.;

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 27.03.2020 г.)