

*Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет  
имени Коста Левановича Хетагурова»*



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«Методы аппроксимации»**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Профиль: "Алгебра, теория чисел, математическая логика"

**Форма обучения – очная**

Владикавказ, 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 943, учебным планом подготовки бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика», утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 27.04.2017 г. № 11.

Составитель: профессор Р.Ч. Кулаев

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа (протокол №7 от 27.03.2017)

Одобрена советом факультета математики и информационных технологий (протокол №5 от 31.03.2017)

## 1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачётные единицы. (144 час.).

	Очная Форма обучения
Курс	4
Семестр	7
Лекции	36
Практические занятия	36
Лабораторные занятия	-
Консультации	+
Итого аудиторных занятий	72
Самостоятельная работа	36
Курсовая работа	-
Зачет	-
Экзамен	36
Общее количество часов	144 час.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Методы аппроксимации» служат:

- обучение основным математическим методам обработки сигналов, необходимым для анализа информации различных типов;
- воспитание достаточно высокой математической культуры: ясное понимание неразделимости математики на «чистую» и «прикладную»;
- выработка представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре
- овладение основами теории аппроксимации;
- осознание теории аппроксимации как важнейшего инструмента математического анализа;
- усвоение аппарата функционального анализа, как важнейшего средства математического моделирования прикладных задач;
- изучение свойств различных функциональных пространств и построение базисов этих пространств;
- изучение методов обработки сигналов;
- систематизация методов хранения и передачи информации различных типов;
- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности.

## 3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Методы аппроксимации» относится к дисциплинам Блок 1.

Дисциплины (модули). Вариативная часть. Дисциплины по выбору. Б1.В.ДВ.09.02.

Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики. Знания и умения, практические навыки, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, вычислительного практикума, при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с математическим моделированием и обработкой наборов данных, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

## 4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

ОПК-1 -готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности ;

ОПК-3 -способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе ;

ПК-2 -способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;

ПК-3 -способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка			
		Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов,	<ul style="list-style-type: none"> <li>- понятие сигнала, классификацию сигналов, методы обработки;</li> <li>- понятие базиса Шаудера в нормированных пространствах.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать различные методы аппроксимации при решении практических задач;</li> <li>- строить вычислительные алгоритмы на основе выбранного метода аппроксимации.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- методами математического моделирования;</li> <li>- различными методами аппроксимации при решении практических задач.</li> </ul>

	теоретической механики в будущей профессиональной деятельности			
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	<ul style="list-style-type: none"> <li>- различные виды аппроксимации: полиномиальная, тригонометрическая, сплайн-аппроксимация, аппроксимация всплесками;</li> <li>- о роли функциональных пространств при математическом моделировании, о теории базисов в нормированных пространствах, методах аппроксимации, численных алгоритмах на основе методов аппроксимации.</li> </ul>	- реализовывать на ПК вычислительные алгоритмы на основе выбранного метода аппроксимации с использованием современных вычислительных средств.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, использования различных языков математики (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;</li> <li>- навыками поиска, систематизации, анализа и классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу.</li> </ul>
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	- вычислительные алгоритмы на основе различных методов аппроксимации и обработки сигналов.	- давать обоснование выбора того или иного метода аппроксимации при решении конкретной практической задачи;	- навыками проведения доказательных рассуждений, аргументации, выдвижения гипотез и их обоснования.
ПК-3	способностью	- понятие сигнала,	- использовать	- методами

	строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	классификацию сигналов, методы обработки; - понятие базиса Шаудера в нормированных пространствах.	различные методы аппроксимации при решении практических задач; - строить вычислительные алгоритмы на основе выбранного метода аппроксимации.	математического моделирования; - различными методами аппроксимации при решении практических задач.
--	---	--	---	---

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

## 5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Баллы		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		min	max	
1.	Введение в теорию сигналов и систем. Типы сигналов. Системы преобразования сигналов. Информационная емкость сигналов.	2	2		20	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[5] , [11], [13], [17]
2.	Множества.	2	2		10		0	10	[1], [2], [4], [10], [18] - [20]
3.	Непрерывные и кусочно-непрерывные функции.	2	2		20		0	10	[1], [2], [4], [18] - [20]
4.	Метрические пространства. Теорема о пополнении метрического пространства.	2	2				0	10	[1], [2], [4], [18] - [20]
5.	Линейные нормированные пространства. Теорема о пополнении нормированного пространства.	2	2		20		0	10	[1] - [4], [18] - [20]
6.	Гильбертовы пространства $L_2$ и $l_2$	2	2				0	10	[1] - [4], [18] - [20]
7.	Элемент наилучшего приближения в гильбертовом пространстве.	2	2				0	20	[1] - [4], [18] - [20]

8.	Элементы теории линейных ограниченных операторов.	2	2		20		0	20	[1] - [4], [18] - [20]
9.	Элементы теории аппроксимации. Базисы в нормированных пространствах. Равномерные приближения непрерывных функции полиномами. Равномерные приближения непрерывных функции тригонометрическими полиномами.	2	2		10		0	10	[1] - [4], [18] - [20], [6] – [9], [12], [14] – [16]
10.	Базис в $C[a,b]$ . Построение базиса по двоичным точкам. Теорема Шаудера.	2	2				0	10	[1] - [4], [18] - [20], [6] – [9], [12], [14] – [16]
11.	Ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах. Примеры базисов. Тригонометрический базис.	2	2				0	10	[1] - [4], [18] - [20], [6] – [9], [12], [14] – [16]
12.	Базис Хаара. Вейвлеты (всплески) Хаара в пространствах $L_2(R)$ . Кратномасштабный анализ для системы всплесков Хаара.	2	2				0	10	[5] , [11], [13], [17] , [1] - [4], [18] - [20], [6] – [9], [12], [14] – [16]



	Устойчивость ортонормированных базисов в пространствах Гильберта. Минимальность системы в пространстве Гильберта. Критерий базисности системы в пространстве Гильберта.								
13.	Базисы Рисса. Базисность по Риссу системы экспонент. Базисы, квадратично близкие к базисам Рисса. Базисы Бари. Критерий базисности Бари в терминах матриц Грама.	2	2				0	20	[5] , [11], [13], [17] , [1] - [4], [18] - [20], [6] – [9], [12], [14] – [16]
14.	Спектральная теория линейных ограниченных операторов. Спектр. Функции от оператора. Элементы теории возмущений. Приложения. Задача Ионкина-Самарского. Эквивалентная формулировка задачи. Корневые функции задачи. Биортогональная система функций.	4	4		8		0	10	[1] - [4], [18] - [20], [6] – [9], [12], [14] – [16]
15.	О численном решении одной	4	4				0	30	[1] - [4], [18] - [20], [6] – [9], [12], [14] –

	несамосопряженной задачи. Методы Бубнова-Галеркина и Галеркина-Петрова. Сходимость методов Галеркина.								[16]
	<b>ИТОГО</b>	36	36		36		<b>0</b>	<b>100</b>	

**Примечания:**

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

## 6. Образовательные технологии

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

**Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия** с использованием современных интерактивных технологий.

**Лекция-диалог** – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

**Онлайн-семинар** – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

**Видеоконференция** – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

**Видео-лекция** – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

**Технология электронного обучения** (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

**Творческое задание** составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

**Публичная презентация проекта** - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

**Интерактивная лекция** представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

**Разработка проекта** позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

**Проблемное обучение** - поиск ответов на вопросы по теме.

## **7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относятся: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

## **8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

*Текущий контроль* – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

*Рубежный контроль* осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

**Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

1. Реализовать на языке Python или Scilab алгоритм нахождения элемента наилучшего приближения в гильбертовом пространстве.
2. Реализовать на языке Python или Scilab алгоритмы численного решения задачи Штурма-Лиувилля методом Галеркина и разностными методами. Сравнить полученные результаты вычислений с точным решением. Вывести графики полученных решений.

Критерии оценивания представлены в таблице 8.1.

### Примеры тестовых заданий по дисциплине:

Система элементов  $f_1, f_2, \dots, f_n$  линейно зависима тогда и только тогда, когда

$$+G(f_1, f_2, \dots, f_n) = 0$$

$$G(f_1, f_2, \dots, f_n) < 0$$

$$G(f_1, f_2, \dots, f_n) > 0.$$

Верно ли утверждение, что для линейно независимой системы векторов  $f_1, f_2, \dots, f_n$

всегда  $G(f_1, f_2, \dots, f_n) > 0$ ?

+Верно

Неверно

Неравенство Адамара имеет вид

$$+G(f_1, \dots, f_m) \leq G(f_1) \cdot G(f_2) \cdots G(f_m) \quad \forall m \in \mathbb{N}.$$

$$G(f_1, \dots, f_m) > G(f_1) \cdot G(f_2) \cdots G(f_m) \quad \forall m \in \mathbb{N}.$$

$$G(f_1, \dots, f_m) \leq G(f_1) + G(f_2) + \cdots + G(f_m) \quad \forall m \in \mathbb{N}.$$

Пусть имеется линейно независимая система векторов  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$  в евклидовом

пространстве  $E$ . Тогда можно построить ортонормированную в  $E$  систему

$e_1, e_2, \dots, e_m$  такую, что

$$+L(e_1, e_2, \dots, e_k) = L(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k) \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

$$L(e_1, e_2, \dots, e_k) < L(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k) \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

$$L(e_1, e_2, \dots, e_k) > L(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k) \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

### Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	60–70%	Менее 60%
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение	Студент посетил	Студент посетил	Студент посетил	Студент посетил

	занятий (max 8 б.)	более 85% занятий	71–85% занятий	56–70% занятий	менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 2б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
<b>2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)</b>					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
<b>3. Итоговый контроль по дисциплине</b>					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок,	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только

			студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	коррекции.	на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.
--	--	--	---	------------	--

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

### Вопросы для подготовки к экзамену:

1. Множества. Мощность множества. Множество меры ноль.
2. Непрерывные и кусочно-непрерывные функции.
3. Двоичная сетка. Последовательность двоичных сеток.
4. Характеристическая функция множества. Ступенчатые функции. Свойства ступенчатых функций. Примеры ступенчатых функций.
5. Построение последовательности ступенчатых функций на двоичных интервалах.
6. Метрические пространства. Примеры метрических пространств.
7. Последовательности Коши. Доказать, что любая сходящаяся последовательность есть последовательность Коши.
8. Полные метрические пространства. Плотность множеств в метрических пространствах.
9. Изометрия. Изометричные метрические пространства. Теорема о пополнении неполного метрического пространства.
10. Норма. Линейные нормированные пространства. Примеры нормированных пространств. Пространство  $S(I)$ . Неравенство Коши-Буняковского.
11. Ограниченные функции. Примеры ограниченных функций.
12. Множество  $S_1(I)$ . Норма в  $S_1(I)$ .
13. Изоморфные нормированные пространства. Теорема о пополнении нормированного пространства.
14. Скалярное произведение. Свойства скалярного произведения. Пространства со скалярным произведением. Примеры.
15. Скалярное произведение. Свойства скалярного произведения. Доказать, что скалярное произведение есть непрерывная по совокупности переменных функция.
16. Теорема о пополнении пространства со скалярным произведением.
17. Банаховы пространства.
18. Гильбертовы пространства  $L_2(Z)$  и  $l_2(Z)$ .
19. Элемент наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Теорема (метод построения элемента наилучшего приближения в гильбертовом пространстве). Единственность элемента наилучшего приближения в гильбертовом пространстве.
20. Определитель Грама  $G(f_1, f_2, \dots, f_n)$  системы элементов  $f_1, f_2, \dots, f_n$ . Критерий линейной зависимости элементов  $f_1, f_2, \dots, f_n$ . Доказать, что  $G(f_1, f_2, \dots, f_n) > 0$ .
21. Алгоритм построения элемента наилучшего приближения. Величина отклонения элемента наилучшего приближения от вектора  $U$ .
22. Неравенство Адамара. Обобщенное неравенство Адамара.
23. Процедура ортогонализации Грама-Шмидта. Алгоритм.
24. Операторы. Ограниченные операторы. Доказать, что пространство всех ограниченных операторов есть банахова алгебра. Теорема о продолжении оператора до ограниченного линейного оператора.

25. Обратные операторы. Ядро и образ оператора. Теорема С. Банаха об ограниченности обратного оператора.
26. Лемма С. Банаха об обратимости оператора.
27. Проектор. Теорема о изоморфности подпространств.
28. Компактные операторы. Множество всех компактных операторов. Свойства. Критерий компактности линейного оператора.
29. Операторы Гильберта-Шмидта.
30. Альтернатива Фредгольма.
31. Уравнения с линейными операторами.
32. Выпуклые функционалы. Лемма Гельфанда.

### Вопросы для подготовки к зачету

1. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций многочленами Бернштейна. Следствия из теоремы. Теорема о точности приближения многочленами Бернштейна.
  2. Тригонометрические полиномы. Равномерные приближения непрерывных функций тригонометрическими полиномами. Вторая теорема Вейерштрасса.
  3. Теоремы Джексона.
  4. Базисы в нормированных пространствах. Свойства. Базис в  $C([a,b])$ . Теорема Шаудера.
  5. Ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах. Теорема о полноте системы элементов гильбертова пространства.
  6. Тригонометрический базис.
  7. Базис Хаара.
  8. Вейвлеты (всплески) Хаара в пространстве  $L_2(R)$ .
  9. Кратномасштабный анализ для системы всплесков Хаара.
  10. Устойчивость ортонормированных базисов в гильбертовом пространстве.
  11. Минимальность системы в гильбертовом пространстве.
  12. Критерий базисности системы в гильбертовом пространстве.
  13. Базисы Рисса.
  14. Базисность по Риссу системы экспонент.
  15. Базисы квадратично близкие к базисам Рисса. Теорема Бари.
  16. Базисы Бари. Критерий базисности Бари.
  17. Спектр оператора. Собственные значения и собственные векторы оператора. Свойства.
  18. Спектральный радиус оператора. Формула спектрального радиуса оператора.
- Функции от оператора.

### Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут» (менее 60 баллов)	«Минимальный уровень» (60-70 баллов)	«Средний уровень» (71-85 баллов)	«Высокий уровень» (86-100 баллов)
<u>Компетенции не сформированы.</u>	<u>Компетенции сформированы.</u>	<u>Компетенции сформированы.</u>	<u>Компетенции сформированы.</u>



Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
--	--	--	---

#### Описание критериев оценивания

Обучающийся демонстрирует: - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; - отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	Обучающийся демонстрирует: - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; - недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	Обучающийся демонстрирует: - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала. - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; - умение решать практические задания, которые следует выполнить; - владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; - наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности	Обучающийся демонстрирует: - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора; - умение решать практические задания; - свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
--	---	--	--

		в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.	
<b>Оценка «неудовлетворительно» / не зачтено</b>	<b>Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»</b>	<b>Оценка «хорошо» / «зачтено»</b>	<b>Оценка «отлично» / «зачтено»</b>

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Колмогоров, А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006 г. – 572 с.
2. Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В.И. Лебедев. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2005. - 294 с. - ISBN 5-9221-0092-0. (Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учебное пособие / В.И. Лебедев. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2005. – 294 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68363>. – ISBN 5-9221-0092-0. – Текст : электронный.)
3. Садовничий В.А. Теория операторов. – М. Высшая школа, 1999.
4. Треногин, В.А. Функциональный анализ : учебник / В.А. Треногин. - 3-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2002. - 488 с. - ISBN 5-9221-0272-9.
5. Малашкевич, И.А. Вейвлет-анализ сигналов: от теории к практике / И.А. Малашкевич ; Поволжский государственный технологический университет. – Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2016. – 276 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459491>. – Библиогр.: с. 219-225. – ISBN 978-5-8158-1745-6. – Текст : электронный.

### б) дополнительная литература:

6. Турчак, Л.И. Основы численных методов : учебное пособие / Л.И. Турчак, П.В. Плотников. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2002. – 304 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69329>. – ISBN 5-9221-0153-6. – Текст : электронный.
7. Орешкова, М.Н. Численные методы: теория и алгоритмы / М.Н. Орешкова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 120 с. : схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436397>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-01040-1. – Текст : электронный.
8. Соболева, О.Н. Введение в численные методы : учебное пособие / О.Н. Соболева. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2011. – 64 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229144>. – ISBN 978-5-7782-1776-8. – Текст : электронный.

9. Гавришина, О.Н. Численные методы : учебное пособие / О.Н. Гавришина, Ю.Н. Захаров, Л.Н. Фомина. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. – 238 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232352>. – ISBN 978-5-8353-1126-2. – Текст : электронный.
10. Высшая математика : учебное пособие / Т.А. Кузнецова, Е.С. Мироненко, С.А. Розанова и др. ; ред. С.А. Розанова. – Москва : Физматлит, 2009. – 167 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68379>. – ISBN 978-5-9221-1004-4. – Текст : электронный.
11. Умняшкин, С.В. Теоретические основы цифровой обработки и представления сигналов : учебное пособие / С.В. Умняшкин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Техносфера, 2012. – 368 с. – (Мир цифровой обработки). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233733>. – ISBN 978-5-94836-318-9. – Текст : электронный.
12. Мицель, А.А. Вычислительные методы : учебное пособие / А.А. Мицель ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : Эль Контент, 2013. – 197 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480612>. – Библиогр.: с. 183-184. – ISBN 978-5-4332-0121-7. – Текст : электронный.
13. Яковлев, А.Н. Преобразования сигналов в нелинейных радиотехнических цепях : учебное пособие / А.Н. Яковлев ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2010. – 190 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228891>. – ISBN 978-5-7782-1374-6. – Текст : электронный.
14. Слабнов, В.Д. Численные методы: лекции / В.Д. Слабнов ; Институт экономики, управления и права (г. Казань). – Казань : Познание (Институт ЭУП), 2012. – 192 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=364221>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8399-0384-5. – Текст : электронный.
15. Лоран, П.Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.Ж. Лоран ; под ред. Г.Ш. Рубинштейн, Н.Н. Яненко ; пер. с фр. Ю.С. Завьялова, Р.А. Звягиной и др. – Москва : Мир, 1975. – 495 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457011>. – Текст : электронный.
16. Корнейчук, Н.П. Экстремальные задачи теории приближения / Н.П. Корнейчук ; ред. Б.И. Голубов, Г.Я. Пирогова. – Москва : Наука, 1976. – 320 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456961>. – Текст : электронный.
17. Керимов, И.А. Метод F-аппроксимации при решении задач гравиметрии и магнитометрии / И.А. Керимов ; под ред. В.Н. Страхова ; Российская Академия Наук, Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Комплексный научно-исследовательский институт РАН. – Москва : Физматлит, 2011. – 263 с. : ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457442>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9221-1342-7. – Текст : электронный.

18. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: – 8-е изд. - . Т. 1. – М.: Физматлит, 2001.
19. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: – 8-е изд. - . Т. 2. – М.: Физматлит, 2001.
20. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: – 8-е изд. - . Т. 3. – М.: Физматлит, 2001.

**в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:**

- eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.
- База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>
- Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.
- Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

#### **10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

*Перечень ПО в свободном доступе:*

1. Kaspersky Free;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser;
6. Scilab.
7. Anaconda3;
8. Python 3.8.5.

## **11. Лист обновления/актуализации**

Программа актуализирована.

1. Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры математического анализа (Протокол № 7 от 27.03.2018 г.)

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (Протокол №5 от 30.03.2018г.)

2. Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры математического анализа (Протокол № 7 от 27.03.2019 г.)

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (Протокол №5 От 29.03.2019 г.)

3. Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры математического анализа (Протокол № 7 от 23.03.2020 г.)

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (Протокол № 5 от 27.03.2020 г.)