

*Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет
имени Коста Левановича Хетагурова»*



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Численные методы»**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Профиль: "Алгебра, теория чисел, математическая логика"

Форма обучения – очная

Владикавказ, 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 943, учебным планом подготовки бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика», утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 27.04.2017 г. № 11.

Составитель: Цахоева А.Ф.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры прикладной математики (протокол №8 от 30.03.2017)

Одобрена советом факультета математики и информационных технологий (протокол №5 от 31.03.2017)

1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачётных единиц.(288 час.).

	Очная Форма обучения
Курс	3
Семестр	5/6
Лекции	36/34
Практические занятия	36/34
Лабораторные занятия	-
Консультации	-/+
Итого аудиторных занятий	72/68
Самостоятельная работа	36/67
Курсовая работа	-
Зачет	+/-
Экзамен	-/45
Общее количество часов	288 час.

2. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Численные методы» является подготовка студентов к разработке и применению компьютерно ориентированных вычислительных алгоритмов решения математических задач, возникающих в процессе познания реального мира посредством математического моделирования.

Задачи дисциплины:

изучение основных понятий и методов численного решения типовых математических задач;

овладение практическими навыками в реализации численных алгоритмов;

обучение основам проведения вычислительного эксперимента, а также анализа численного решения задач прикладного характера.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Численные методы» относится к дисциплинам

Блок 1. Дисциплины (модули). Базовая часть. Б1.Б.05.

Для изучения дисциплины необходимы общематематические знания в рамках школьной программы, а также знания, умения и компетенции, полученные обучающимися в бакалавриате в результате освоения дисциплины «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения с частными производными».

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

ОПК-1 -готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической

механики в будущей профессиональной деятельности ;

ОПК-2 -способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности ;

ОПК-4 -способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем ;

ПК-7 -способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка	Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	решать стандартные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
ОПК-2	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с	современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач	выбирать современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного	навыками применения современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, при

	применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	профессиональной деятельности	производства при решении задач профессиональной деятельности	решении задач профессиональной деятельности
ОПК-4	способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	навыками анализа, реализации программно и использования на практике математических алгоритмов, в том числе с применением современных вычислительных систем
ПК-7	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний	методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний	использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний	навыками использования методов математического и алгоритмического моделирования

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

№	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа Студентов		Формы контроля	Количество баллов		литерату ра
		л	пр	Содержание	Часы		min	max	
1.	Тема 1: «Введение в численные методы».	2	2	Абсолютная и относительна я погрешность функции	3	Конспект Опрос			[1]-[6]
2.	Тема 2: «Интерполирование и приближение функций» Общая постановка задачи интерполирования. Теорема существования и единственности интерполяционного многочлена. Многочлен Лагранжа. Многочлен Ньютона. Ошибка полиномиальной интерполяции. Многочлен Чебышева. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Кусочно-линейный полином. Кусочно-квадратичный полином. Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Сплайн-интерполяция. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. Подбор эмпирических зависимостей. Оценка параметров эмпирической зависимости. Метод наименьших квадратов.	10	10	Выполнение индивидуаль ного варианта контрольной работы	10	Конспект Опрос			[1]-[6]
3.	Тема 3: «Численные методы алгебры» Прямые методы решения линейных систем. Метод Гаусса. LU-разложение. Схемы выбора ведущего элемента. Разложение Холецкого. QR-разложение. Итерационные методы. Метод простой итерации. Метод Якоби. Метод Гаусса–Зейделя.	8	8	Выполнение индивидуаль ного варианта контрольной работы	10	Конспект Опрос			[1]-[6]
4.	Тема 4: «Численное интегрирование» Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод парабол (метод Симпсона). Увеличение точности. Метод Гаусса. Метод Гаусса — Кронрода. Метод Чебышёва. Интегрирование при бесконечных пределах. Методы Монте-Карло. Методы Рунге — Кутты. Метод	8	8	Выполнение индивидуально го варианта контрольной работы	10	Конспект Опрос			[1]-[6]

	сплайнов.								
5.	Тема5: «Численные методы решения нелинейных уравнений» Уравнения с одним неизвестным. Метод дихотомии. Метод хорд. Метод Ньютона. Метод простой итерации. Системы уравнений. Метод простой итерации. Метод Ньютона.	8	8	Выполнение индивидуального варианта контрольной работы	10	Конспект Опрос			[1]-[6]
6.	Тема 6:«Разностные уравнения» Однородные разностные уравнения. Неоднородные разностные уравнения. Разностные уравнения второго порядка.	6	6	Выполнение индивидуального варианта контрольной работы	10	Конспект Опрос			[1]-[6]
7.	Тема 7: «Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений». Одношаговые методы. Метод Эйлера. Схемы Рунге-Кутты. Многшаговые методы. Схемы Адамса-Башфорта. Устойчивость. Неустойчивость. Жесткие уравнения.	12	12	Выполнение индивидуального варианта контрольной работы	20	Конспект Опрос			[1]-[6]
8.	Тема 8: «Разностные схемы для уравнений с частными производными» Определение сходимости. Определение аппроксимации. Определение устойчивости. Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем. Замена производных разностными отношениями. Метод неопределенных коэффициентов. Схемы с пересчетом или схемы предиктор-корректор. Примеры конструирования граничных условий при построении разностных схем. Условие Куранта, Фридрихса и Леви, необходимое для сходимости. Примеры разностных схем для задачи Коши. Примеры разностных схем для задачи Дирихле. Основные приемы исследования устойчивости. Устойчивость по начальным данным. Необходимое спектральное условие устойчивости.	16	16	Выполнение индивидуального варианта контрольной работы	30	Конспект Опрос			[1]-[6]

	<p>Принцип замороженных коэффициентов. Замораживание коэффициентов во внутренних точках. Признак Бабенко и Гельфанда.</p> <p>Представление некоторых модельных задач в виде конечных рядов Фурье. Представление решений разностных схем для уравнений теплопроводности на отрезке. Представление решений разностных схем для уравнения теплопроводности на отрезке. Представление решений разностных схем для двумерной задачи теплопроводности.</p> <p>Представление решения разностной схемы для задач о колебаниях струны.</p> <p>Принцип максимума. Явная разностная схема. Неявная разностная схема. Сопоставление явной и неявной разностных схем.</p>								
	ИТОГО	70	70		103		0	100	

Примечания:

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

6. Образовательные технологии

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий.

Лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

Онлайн-семинар – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

Видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Видео-лекция – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

Технология электронного обучения (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Творческое задание составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

Публичная презентация проекта - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

Интерактивная лекция представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

Разработка проекта позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

Проблемное обучение - поиск ответов на вопросы по теме.

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относится: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных, практических и лабораторных занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

Рубежный контроль осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Контрольная работа №1

1. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа и многочлен Ньютона для функции $f(x) = x^2$ по узлам $x_i = i$, $i = 0, 1, 2, 3$. Добавить к исходным данным узел $x_4 = 4$ и построить интерполяционный многочлен степени 4.

- Функция $f(x) = e^{2x}$ приближается на отрезке $[-1/2, 1/2]$ интерполяционным многочленом второй степени по трем узлам: $-1/2, 0, 1/2$. Доказать, что погрешность интерполяции в равномерной норме не превосходит $\sqrt{3}/9$.
- Оценить погрешность приближения функции $f(x) = e^x$ многочленом Лагранжа, построенным по узлам $x_0=0, x_1=0.1, x_2=0.2$ в точке $x=0.05$.
- Вычислить:
 - многочлен Чебышева 1-го рода 6-ой степени в алгебраической форме;
 - значение производной многочлена Чебышева 1-го рода в точке $x=-1$;
 - значение многочлена Чебышева 1-го рода в точке $x=-1/2$.
- Среди всех многочленов вида $a_3x^3 + a_2x^2 + 3x + a_0$ найти наименее уклоняющийся от нуля на $[2,4]$.

Контрольная работа №7

Для дифференциальной задачи $y' = -2y + 1, \quad y(0) = 1$:

- найти точное решение, удовлетворяющее начальному условию;
- выписать рекуррентное соотношение для вычисления приближенного решения по методу Эйлера;
- выразить последовательность y_n , решив разностное уравнение, полученное в п.1.2;
- составить разностное уравнение второго порядка, применив к дифференциальной задаче многошаговый метод $y_{n+1} = y_{n-1} + 2hf_n$;
- выразить последовательность y_n , решив разностное уравнение, полученное в п.1.4;
- вычислить значение $y(0.1)$, используя результат п.1.1, а также результат п.1.3 при $h=0.1$;
- сравнить результаты п.1.6.

Критерии оценивания представлены в таблице 8.1.

Контрольная работа №8

- Каков порядок аппроксимации разностного уравнения

$$\frac{1}{12} \frac{u_{m+1}^{n+1} - u_{m+1}^n}{\tau} + \frac{5}{6} \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + \frac{1}{12} \frac{u_{m-1}^{n+1} - u_{m-1}^n}{\tau} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_{m-1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m+1}^{n+1}}{h^2} + \frac{u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n}{h^2} \right)$$

аппроксимирует дифференциальное уравнение $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$?

- Для задачи Коши
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \phi(x, y, t), & -\infty < x, y < \infty, & 0 < t < T, \\ u(x, y, 0) = \phi(x, y), & -\infty < x, y < \infty, \end{cases}$$

воспользоваться сеткой $x_m = mh, \quad y_n = nh, \quad t_p = p\tau$ и построить какую-либо аппроксимирующую ее разностную схему.

- Для задачи Коши $u_t + u_x = \phi(x, t) \quad u(x, 0) = \psi(x), \quad -\infty < x < \infty, \quad 0 \leq t \leq T,$

$$\text{исследовать следующую разностную схему} \begin{cases} \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + \frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} = \phi(mh, n\tau), \\ m = 0, \pm 1, \dots; n = 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{\tau} \right] \\ u_m^0 = \psi(mh), m = 0, \pm 1, \dots \end{cases}$$

по плану:

- Выписать оператор L_h и правую часть $f^{(h)}$, возникающие при записи этой схемы в виде $L_h u^{(h)} = f^{(h)}$.

- b) Изобразить взаимное расположение трех точек сетки, значения $u^{(h)}$ в которых связывает разностное уравнение при фиксированных m и n .
- c) Показать, что разностная схема аппроксимирует дифференциальную задачу с первым относительно h порядком на решении $u(x,t)$, имеющем ограниченные вторые производные.
- d) Выяснить, устойчива ли исследуемая разностная схема при каком-либо выборе r , $\tau = rh$.

Контрольная работа №12

Для задачи Коши $u_t + u_x = \varphi(x, t)$ $u(x, 0) = \psi(x)$, $-\infty < x < \infty$, $0 \leq t \leq T$, исследовать

$$\text{следующую разностную схему} \begin{cases} \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} + \frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} = \varphi(mh, n\tau), \\ m = 0, \pm 1, \dots; n = 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{\tau}\right] - 1, \\ u_m^0 = \psi(mh), m = 0, \pm 1, \dots \end{cases} \quad \text{по плану:}$$

- e) Выписать оператор L_h и правую часть $f^{(h)}$, возникающие при записи этой схемы в виде $L_h u^{(h)} = f^{(h)}$.
- f) Изобразить взаимное расположение трех точек сетки, значения $u^{(h)}$ в которых связывает разностное уравнение при фиксированных m и n .
- g) Показать, что разностная схема аппроксимирует дифференциальную задачу с первым относительно h порядком на решении $u(x,t)$, имеющем ограниченные вторые производные.
- h) Выяснить, устойчива ли исследуемая разностная схема при каком-либо выборе r , $\tau = rh$.
4. Для задачи о теплопроводности $\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & -\infty < x < \infty, & 0 \leq t \leq T \\ u(x, 0) = \psi(x), & -\infty < x < \infty \end{cases}$ рассмотреть разностную

схему

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \sigma \frac{u_{m-1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m+1}^{n+1}}{h^2} + (1 - \sigma) \frac{u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n}{h^2},$$

$$u_m^0 = \psi(mh),$$

где σ - параметр, u_m^n - значение искомой функции в точке $(x_m = mh, t_n = n\tau)$ сетки.

- a) Связав шаги сетки соотношением $\tau/h^2 \equiv r = \text{const}$, подобрать затем σ так, чтобы получить аппроксимацию порядка h^4 .
- b) При $\sigma = 0$ подобрать число $r = \tau/h^2$ так, чтобы аппроксимация имела порядок h^4 .
- c) Можно ли за счет выбора σ при фиксированном $r = \tau/h^2$ добиться того, чтобы аппроксимация на любом гладком решении была порядка выше четвертого.
5. Для задачи Коши $u_t + u_x = \varphi(x, t)$ $u(x, 0) = \psi(x)$, $-\infty < x < \infty$, $0 \leq t \leq T$, построить разностные уравнения вида
- a) $\Lambda_h u^{(h)} = a^1 u_m^{n+1} + a_0 u_m^n + a_1 u_{m+1}^n$ порядка $O(h)$;
- b) $\Lambda_h u^{(h)} = a^0 u_m^{n+1} + a_0 u_m^n + a_1 u_{m+1}^n + a^1 u_{m+1}^{n+1}$ порядка $O(h^2)$.
- $\tau = rh$.
6. Пользуясь спектральным признаком Неймана, исследовать на устойчивость разностное уравнение
- $$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} - \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} - \frac{\tau}{2h^2} (u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n) = \varphi(x_m, t_n).$$

Примеры тестовых заданий по дисциплине:

Вычислить определенный интеграл $\int_1^3 (-2x + 8)dx$ методом трапеций с шагом $h=0,5$.

+8
7
9
10

При построении кубического сплайна

$$q_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + \tilde{n}_i x + d_i, \quad i = \overline{1,3}; \quad q''(0) = q''(3) = 0$$

по таблице значений

x	0	1	2	3
y	2	1	3	4

в точке $x=3$ должно выполняться условие

$$+18a_3 + 2b_3 = 0$$

$$18a_1 + 2b_1 = 0$$

$$18a_2 + 2b_2 = 0$$

При построении кубического сплайна

$$q_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + \tilde{n}_i x + d_i, \quad i = \overline{1,3}; \quad q''(0) = q''(3) = 0$$

по таблице значений

x	0	1	2	3
y	2	1	3	4

в точке $x=3$ должно выполняться условие

$$+18a_3 + 2b_3 = 0$$

$$18a_1 + 2b_1 = 0$$

$$18a_2 + 2b_2 = 0$$

Для нахождения среди всех многочленов вида $a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + 1020$

многочлена, наименее отклоняющегося от нуля на отрезке $[8, 10]$ следует сделать замену переменной

$$x = 9 + t, \quad t \in [-1; 1]$$

$$x = 3 + 2t, \quad t \in [-1; 0]$$

$$x = 3 + 3t, \quad t \in [-1; 0]$$

$$x = 3 + 2t, \quad t \in [0; 1]$$

$$x = 1 + 2t, \quad t \in [0; 1]$$

Нет правильного ответа

Рекуррентное соотношение для многочлена Чебышева первого рода имеет вид

$$P_{n+1}(x) = 2x P_n(x) - P_{n-1}(x)$$

$$P_{n+1}(x) = 2x P_n(x) + P_{n-1}(x)$$

$$P_{n+1}(x) = 2 P_n(x) + P_{n-1}(x)$$

$$P_{n+1}(x) = 2 P_n(x) - P_{n-1}(x)$$

$$P_{n+1}(x) = 2x P_n(x) - 2P_{n-1}(x)$$

Нет правильного ответа

Алгебраическая форма многочлена Чебышева первого рода имеет вид

$$P_n(x) = \frac{1}{2} \left[\left(x + \left(\sqrt{x^2 - 1} \right)^n + \left(x - \sqrt{x^2 - 1} \right)^n \right) \right]$$

$$P_n(x) = \frac{1}{2} \left[\left(x + \left(\sqrt{x^2 + 1} \right)^n + \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)^n \right) \right]$$

$$P_n(x) = \frac{1}{2} \left[\left(x - \left(\sqrt{x^2 + 1} \right)^n + \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)^n \right) \right]$$

$$P_n(x) = \frac{1}{2} \left[\left(x - \left(\sqrt{x^2 + 1} \right)^n + \left(x - \sqrt{x^2 + 1} \right)^n \right) \right]$$

$$P_n(x) = \frac{1}{2} \left[\left(x - \left(\sqrt{x^2 - 1} \right)^n + \left(x - \sqrt{x^2 + 1} \right)^n \right) \right]$$

Нет правильного ответа

Отметить нули многочлена Чебышева первого рода $P_3(x)$

$$x = 0; \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = 0; \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = 1; \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = -1; \quad \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$x = -1; \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Нет правильного ответа

Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85 %	60–70 %	Менее 60%
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение занятий (max 8 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно о выполняет

		преподавателя.		преподавателя.	задания преподавателя.
		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 36.) / опорный конспект (max 26.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
3. Итоговый контроль по дисциплине					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку.

Резльтирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ (5 семестр)

Интерполирование и приближение функций

Общая постановка задачи интерполирования. Теорема существования и единственности интерполяционного многочлена. Многочлен Лагранжа. Многочлен Ньютона. Ошибка полиномиальной интерполяции. Многочлен Чебышева.

Кусочно-полиномиальная интерполяция. Кусочно-линейный полином. Кусочно-квадратичный полином.

Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита.

Сплайн-интерполяция. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн.

Подбор эмпирических зависимостей. Оценка параметров эмпирической зависимости. Метод наименьших квадратов.

Численные методы алгебры

Прямые методы решения линейных систем. Метод Гаусса. LU-разложение. Схемы выбора ведущего элемента. Разложение Холецкого. QR-разложение.

Итерационные методы. Метод простой итерации. Метод Якоби. Метод Гаусса–Зейделя.

Численное интегрирование

Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод парабол (метод Симпсона). Увеличение точности. Метод Гаусса. Метод Гаусса — Кронрода. Метод Чебышёва. Интегрирование при бесконечных пределах. Методы Монте-Карло. Методы Рунге — Кутты. Метод сплайнов.

Численные методы решения нелинейных уравнений

Уравнения с одним неизвестным. Метод дихотомии. Метод хорд. Метод Ньютона. Метод простой итерации.

Системы уравнений. Метод простой итерации. Метод Ньютона.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (6 семестр)

Разностные уравнения

Однородные разностные уравнения. Неоднородные разностные уравнения. Разностные уравнения второго порядка.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Одношаговые методы. Метод Эйлера. Схемы Рунге-Кутты.

Многошаговые методы. Схемы Адамса-Башфорта.

Устойчивость. Неустойчивость. Жесткие уравнения.

Разностные схемы для уравнений с частными производными.

Определение сходимости. Определение аппроксимации. Определение устойчивости.

Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем. Замена производных разностными отношениями. Метод неопределенных коэффициентов. Схемы с пересчетом или схемы предиктор-корректор.

Примеры конструирования граничных условий при построении разностных схем.

Условие Куранта, Фридрихса и Леви, необходимое для сходимости. Примеры разностных схем для задачи Коши. Примеры разностных схем для задачи Дирихле.

Основные приемы исследования устойчивости. Устойчивость по начальным данным. Необходимое спектральное условие устойчивости.

Принцип замороженных коэффициентов. Замораживание коэффициентов во внутренних точках. Признак Бабенко и Гельфанда.

Представление некоторых модельных задач в виде конечных рядов Фурье. Представление решений разностных схем для уравнений теплопроводности на отрезке. Представление решений разностных схем для уравнения теплопроводности на отрезке. Представление решений разностных схем для двумерной задачи теплопроводности. Представление решения разностной схемы для задач о колебаниях струны.

Принцип максимума. Явная разностная схема. Неявная разностная схема. Сопоставление явной и неявной разностных схем.

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут» (менее 56 баллов)	«Минимальный уровень» (56-70 баллов)	«Средний уровень» (71-85 баллов)	«Высокий уровень» (86-100 баллов)
<p><u>Компетенции не сформированы.</u></p> <p>Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>
Описание критериев оценивания			
<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала. - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, 	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в

дополнительных вопросов в рамках заданий; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; - отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.	вопросы; - недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы; - умение решать практические задания, которые следует выполнить; - владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; - наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.	рамках обсуждаемых заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора; - умение решать практические задания; - свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
Оценка «неудовлетворительно» / не зачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Балабко, Л.В. Численные методы : учебное пособие / Л.В. Балабко, А.В. Томилова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2014. – 163 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436331> . – ISBN 978-5-261-00962-7. – Текст : электронный.
2. Орешкова, М.Н. Численные методы: теория и алгоритмы / М.Н. Орешкова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 120 с. : схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436397> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-01040-1. – Текст : электронный.

б) дополнительная литература:

3. Мицель, А.А. Вычислительные методы : учебное пособие / А.А. Мицель ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : Эль Контент, 2013. – 197 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480612> . – Библиогр.: с. 183-184. – ISBN 978-5-4332-0121-7. – Текст : электронный.
4. Пименов, В.Г. Численные методы : учебное пособие : в 2 ч. / В.Г. Пименов, А.Б. Ложников ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина, Ю.А. Меленцова. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – Ч. 2. – 107 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275819> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1342-6. – Текст : электронный.
5. Соболева, О.Н. Введение в численные методы : учебное пособие / О.Н. Соболева. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2011. – 64 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229144> . – ISBN 978-5-7782-1776-8. – Текст : электронный.
6. Турчак, Л.И. Основы численных методов : учебное пособие / Л.И. Турчак, П.В. Плотников. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2002. – 304 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69329> . – ISBN 5-9221-0153-6. – Текст : электронный.

в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:

- eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.
- База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>
- Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.
- Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

Лицензионное программное обеспечение:

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

Перечень ПО в свободном доступе:

1. KasperskyFree;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser;

11. Лист обновления/актуализации

1. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры прикладной математики
протокол № 8 от 20.03.2018г.;
одобрена на заседании совета факультета математики и информационных
технологий, протокол № 5 от 30.03.2018 г.

2. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры прикладной математики
протокол № 8 от 14.03.2019г.;
одобрена на заседании совета факультета математики и информационных
технологий, протокол № 5 от 29.03.2019 г.

3. Рабочая программа
пересмотрена и актуализирована на заседании кафедры прикладной математики
протокол № 7 от 19.03.2020г.;
одобрена на заседании совета факультета математики и информационных
технологий, протокол № 5 от 27.03.2020 г.