

*Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет  
имени Коста Левановича Хетагурова»*



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«Уравнения с частными производными»**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Профиль: Алгебра, теория чисел, математическая логика

**Форма обучения – очная**

Владикавказ, 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 943, учебным планом подготовки бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика», утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 27.04.2017 г. № 11.

Составитель: Олисаев Э.Г.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений  
(протокол № 8 от «28» марта 2017 г.)

Одобрена советом факультета математики и информационных технологий  
(протокол № 5 от «31» марта 2017 г.)

## 1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 час.).

	Очная форма обучения
Курс	3
Семестр	5/6
Лекции	36/34
Практические занятия	36/34
Лабораторные занятия	-
Консультации	-
Итого аудиторных занятий	72/68
Самостоятельная работа	36/4
Курсовая работа	-
Зачет	5 семестр
Экзамен	6 семестр
Общее количество часов	216 час.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Уравнения с частными производными» является: обучение студентов наиболее часто применяемым на практике методам при построении решений основных задач для эллиптических, гиперболических и параболических уравнений, описывающих модели различных физических явлений и процессов, умению использовать изученные методы для решения конкретных научных, практических и других задач; приобретение умений корректно ставить и решать начальные, начальнo-краевые и краевые задачи для уравнений с частными производными; приобретение знаний и умений по использованию изученных методов для решения конкретных научных, практических и других задач.

## 3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Уравнения с частными производными» относится к дисциплинам Блок

1. Дисциплины (модули). Вариативная часть. Б1.В.ДВ.08.01

Для изучения дисциплины необходимы знания, полученные обучающимися в результате освоения дисциплин: математический анализ, алгебра и геометрия, дифференциальные и интегральные уравнения.

Приступая к изучению дисциплины «Уравнения с частными производными», студент должен иметь представление о дифференциальном и интегральном исчислении функций многих переменных, об алгебре матриц, о теории рядов, системах координат и методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений

## 4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

**ОПК-1** - готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей,

математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;

**ПК-3** - способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата;

**ПК-6** - способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления.

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка	Знать:	Уметь	Владеть:
<b>ОПК-1</b>	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	- методы решения практических задач курса - основы теории уравнений с частными производными в объеме, необходимом для успешного освоения методологических и прикладных вопросов специальности, при этом проникать в суть идеи, понимать внутренние связи всех звеньев рассуждений, логику доказательств; понимать существо как органического целого, как основы научного мышления и образа действия	- решать краевые задачи для дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка; - использовать изученные методы для решения научных и практических задач; - самостоятельно разбираться в теоретическом материале, содержащемся в литературе; - применять приобретенные навыки к прикладным вопросам	математическим аппаратом действительного анализа;
<b>ПК-3</b>	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть	формулировки основных теорем и доказательство существования и единственности	- ориентироваться в материале учебных дисциплин, использующих	теорией уравнения в частных производных, методами

	следствия полученного результата	решений задач	математические методы исследования; - формулировать задачу Коши для уравнения колебания струны и выводить формулу Даламбера; - формулировать краевые задачи для уравнений с частными производными; - решать начально- краевые задачи методом Фурье;	решения основных задач для уравнений с частными производными
<b>ПК-6</b>	способностью передавать результат проведенных физико- математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления	методы решения начальных и начально- краевых задач для каждого типа уравнений с частными производными	- применять полученные в процессе изучения дисциплины знания для решения научно- практических, методических и других задач; - уметь творчески мыслить, иметь навыки самостоятельного пополнения знаний.	навыками постановки и решения нестандартных краевых задач

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

## 5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Баллы		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		мин	max	
1.	Основные понятия. Порядок уравнения, Линейность и нелинейность, однородность неоднородность.	2	2	Классификация уравнений высших порядков	6	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
2.	Классификация уравнений с частными производными второго порядка	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
3.	Характеристики. Приведение УРЧП к каноническому виду	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
4.	Вывод уравнения колебания струны	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
5.	Вывод уравнения теплопроводности	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
6.	Постановка краевых задач	2	2	Неклассические постановки задач	6	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
7.	Задача Коши. Формула Даламбера	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы,	0	5	[1-7]

						конспект.			
8.	Корректность задачи Коши. Пример Адамара некорректно поставленной задачи.	2	2	Примеры корректно и некорректно поставленных задач	6	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
9.	Формула Даламбера для неоднородного уравнения.	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
10.	Метод отражения					Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
11.	Формула Кирхгофа.			Формула Кирхгофа	6	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-7]
12.	Метод спуска. Формула Пуассона					Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
13.	Задача Гурса.			Существование решения	4	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
14.	Метод Римана					Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-7]
15.	Метод Фурье для однородного уравнения гиперболического типа					Устный опрос, сообщения по вопросам	0	5	[1-7]

						темы, конспект.			
16.	Метод Фурье для неоднородного уравнения гиперболического типа			Задачи с неоднородными краевыми условиями	4	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
17.	Собственные значения и собственные функции задачи Штурма - Лиувилля			Свойства собственных чисел и собственных функций	4	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
18.	Теоремы существования решения					Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
	<b>ИТОГО 1 семестр</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>36</b>		<b>0</b>	<b>100</b>	
1.	Принцип максимума	2	2	Устойчивость и единственность решения краевых задач	2	Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
2.	Метод энергетических неравенств	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-7]
3.	Теоремы единственности и устойчивости	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
4.	Методы решения основных задач	2	2			Устный опрос, сообщения по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-7]
5.	Функция источника	2	2			Устный опрос, сообщения	0	5	[1-7]



						я по вопросам темы, конспект.			
6.	Теоремы существования решения	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
7.	Фундаментально е решение уравнения Лапласа	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
8.	Оператор Лапласа в криволинейных координатах: цилиндрические координаты, сферические координаты	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
9.	Свойства гармонических функций	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
10.	Задача Дирихле, теоремы единственности и устойчивости	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	10	[1-7]
11.	Задача Неймана, неединственност ь решения	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
12.	Функция Грина, формула Пуассона для шара и круга	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
13.	Уравнение Гельмгольца	2	2			Устный опрос,	0	5	[1-7]

						сообщени я по вопросам темы, конспект.			
14.	Теория потенциалов	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
15.	Обобщенные функции и обобщенные решения	2	2	Свойства обобщенны х функций	2	Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
16.	Интегральные уравнения	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
17.	Интегральные уравнения. Существование решения	2	2			Устный опрос, сообщени я по вопросам темы, конспект.	0	5	[1-7]
	<b>ИТОГО 2 семестр</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>4</b>		<b>0</b>	<b>100</b>	
	<b>ИТОГО</b>	<b>70</b>	<b>70</b>		<b>40</b>				

**Примечания:**

– Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

– В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

## **6. Образовательные технологии**

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

**Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия** с использованием современных интерактивных технологий.

**Лекция-диалог** – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

**Онлайн-семинар** – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

**Видеоконференция** – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

**Видео-лекция** – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

**Технология электронного обучения** (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

**Творческое задание** составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

**Публичная презентация проекта** - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

**Интерактивная лекция** представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

**Разработка проекта** позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

**Проблемное обучение** - поиск ответов на вопросы по теме.

## 7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относятся: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

## 8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

*Текущий контроль* – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

*Рубежный контроль* осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

**Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Привести к каноническому виду и проделать дальнейшие упрощения уравнения

1.  $u_{xx} + 4u_{xy} + 13u_{yy} + u_x + 2u_y - 9u + 9(x + y) = 0$
2.  $u_{xx} + 2u_{yy} + u_x = 0$
3.  $u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} - 3u_x + u_y + u = 0$
4.  $u_{xx} - 6u_{xy} + 9u_{yy} - u_x + 2u_y - y = 0$
5.  $2u_{xy} - 4u_{yy} + u_x - 2u_y + u + x = 0$

6.  $2u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 4u_x + 4u_y + u = 0$
  7.  $u_{xx} - u_{yy} + u_x + u_y - 4u = 0$
  8.  $u_{xy} + u_{xx} - u_y - 10u + 4x = 0$
  9.  $u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} - 2u_x - 2u_y + u = 0$
  10.  $u_{xx} - 2u_{xy} - 3u_{yy} + u_y + x - y = 0$
  11. К однородной струне, концы которой закреплены неподвижно, начиная с момента  $t=0$ , приложена непрерывно распределенная поперечная сила  $f(x,t)$ . Поставить краевую задачу для определения поперечных отклонений  $u(x,t)$  точек струны при  $t>0$ .
  12. Поставить задачу о малых поперечных колебаниях струны в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости, предполагая, что концы струны закреплены жестко.
  13. Поставить задачу о малых поперечных колебаниях струны в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости, предполагая, что один конец свободен, а на другой действует переменная поперечная сила  $F(t)$ .
  14. Начиная с момента  $t=0$ , один конец прямолинейного упругого однородного стержня совершает продольные колебания по заданному закону, а к другому приложена сила  $F=F(t)$ , направленная по оси стержня. В момент времени  $t=0$  поперечные сечения были неподвижны и находились в неотклоненном положении. Поставить краевую задачу для определения малых продольных отклонений  $u(x,t)$  точек струны при  $t>0$ .
  15. Поставить краевую задачу о малых продольных колебаниях однородного упругого стержня, который начиная с момента времени  $t=0$  испытывает действие направленной вдоль оси  $x$  силы  $f(x,t)$ . Один конец стержня закреплен жестко, а другой испытывает сопротивление, пропорциональное скорости.
  16. Поставить задачу об определении температуры в стержне с теплоизолированной боковой поверхностью при  $t > 0$ , при условии, что начальная температура стержня равна  $\varphi(x)$ , а на концах стержня поддерживается нулевая температура.
  17. Поставить задачу об определении температуры в стержне с теплоизолированной боковой поверхностью при  $t > 0$ , при условии, что начальная температура стержня равна  $\varphi(x)$ , а на концах стержня ( $x = 0, x = l$ ) поддерживаются тепловые потоки  $\mu_1(t)$ , и  $\mu_2(t)$ , соответственно.
- Решить следующие задачи методом разделения переменных

1.  $u_{tt} = 64u_{xx} + 16\cos 8t \sin x, \quad u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0; \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0$
2.  $u_{tt} = 4u_{xx} + 25\sin 20t \sin 5x, \quad u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0; \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0$

3.  $u_{tt} = 9u_{xx} + 16 \cos 3t \sin x$ ,  $u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0$ ;  $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$
4.  $u_{tt} = u_{xx} + 2e^{-t} \sin x$ ,  $u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0$ ;  $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$
5.  $u_t = u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 10 \sin 3\pi x + \sin 4\pi x$ ;  $u(0, t) = u(1, t) = 0$ .
6.  $u_t = 3u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 8 \sin \pi x + 11 \sin 2\pi x$ ;  $u(0, t) = u(3, t) = 0$ .
7.  $u_t = 5u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 6 \sin 2\pi x + 13 \sin 5\pi x$ ;  $u(0, t) = u(5, t) = 0$ .
8. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в круге  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , с граничным условием  $u(1, \varphi) = 20 \cos 3\varphi + 34 \cos \varphi$
9. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в круге  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , с граничным условием  $u(1, \varphi) = 52 \cos 4\varphi + 67 \cos 2\varphi$
10. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в круге  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , с граничным условием  $u(1, \varphi) = 98 \cos 5\varphi + 67 \cos \varphi$
11. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в круге  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , с граничным условием  $u(1, \varphi) = 10 \sin 8\varphi + 17 \sin 3\varphi$
12. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в круге  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , с граничным условием  $u(1, \varphi) = 34 \sin 9\varphi + 34 \sin 4\varphi$

Критерии оценивания представлены в таблице 8.1.

#### Примеры тестовых заданий по дисциплине:

1. Уравнение  $u_{tt} - u_{yy} - u_{xx} = f(t, x, y)$  описывает процесс:  
 колебания струны  
 +колебания мембраны  
 нагревания пластины
2. Уравнение  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  с условиями  $u(x, 0) = \varphi(x)$ ,  $u_t(x, 0) = \psi(x)$  называется:  
 краевой задачей первого рода  
 первой краевой задачей  
 +задачей Коши  
 +задачей с начальными условиями

3. Уравнение  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  с условиями  $u(0, t) = \mu_1(t)$ ,  $u(l, t) = \mu_2(t)$  называется:  
 +краевой задачей первого рода  
 +первой краевой задачей  
 задачей Коши  
 задачей с начальными условиями

Формула Даламбера в случае задачи для неоднородного уравнения

$u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t)$  имеет вид:

$$u(x, t) = \frac{\varphi(x - at) + \varphi(x + at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(z) dz$$

$$u(x, t) = \frac{\varphi(x - at) + \varphi(x + at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(z) dz + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau$$

+  
не применима

4. Формула  $u(x, t) = \frac{\varphi(x - at) + \varphi(x + at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(z) dz$  решения задачи Коши

для уравнения свободных колебаний струны называется:

формулой Гаусса-Остроградского

формулой Римана

+формулой Даламбера

### Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85 %	60–70 %	Менее 60 %
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение занятий (max 8 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 2б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень

		самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
<b>2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)</b>					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
<b>3. Итоговый контроль по дисциплине</b>					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

#### Вопросы для подготовки к экзамену:

1. Понятие уравнения с частными производными, порядок уравнения, линейность, однородность
2. Классификация уравнений с частными производными второго



порядка

3. Характеристики. Характеристическое уравнение
4. Канонический вид уравнений с частными производными
5. Вывод уравнения колебания струны (мембраны)
6. Постановка краевых задач для уравнения колебания струны
7. Вывод уравнения теплопроводности (диффузии)
8. Постановка краевых задач для уравнений параболического типа
9. Постановка краевых задач для уравнений эллиптического типа
10. Формула Даламбера для однородного уравнения
11. Формула Даламбера для неоднородного уравнения
12. Формула Даламбера для полуоси
13. Формула Пуассона
14. Формула Кирхгофа
15. Устойчивость решения задачи Коши для уравнений параболического типа
16. Метод Римана
17. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных функций и собственных значений
18. Метод разделения переменных для однородного уравнения гиперболического типа
19. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения гиперболического типа
20. Метод разделения переменных для краевых задач общего вида
21. Принцип максимума для уравнения теплопроводности
22. Следствия из принципа максимума. Единственность решения начально-краевых задач для уравнения параболического типа
23. Метод энергетических неравенств. Общая схема метода
24. Неравенство Фридрихса
25. Лемма Гронуолла
26. Априорные оценки
27. Обобщенные функции и обобщенные решения
28. Разностные методы решения краевых задач
29. Метод разделения переменных для однородного уравнения параболического типа
30. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения параболического типа
31. Метод разделения переменных для двумерного уравнения
32. Функция источника
33. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Цилиндрические координаты
34. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Сферические координаты
35. Формулы Грина
36. Гармонические функции и их свойства

37. Принцип максимального значения и теорема единственности задачи Дирихле
38. Задача Неймана.
39. Единственность внешних краевых задач
40. Объемный потенциал и его свойства
41. Потенциал простого слоя и его свойства
42. Потенциал двойного слоя и его свойства
43. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра первого и второго рода
44. Существование решения интегральных уравнений
- 45.Обобщенные функции и обобщенные решения

**Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут» (менее 56 баллов)	«Минимальный уровень» (56-70 баллов)	«Средний уровень» (71-85 баллов)	«Высокий уровень» (86-100 баллов)
<u>Компетенции не сформированы.</u>  Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	<u>Компетенции сформированы.</u>  Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	<u>Компетенции сформированы.</u>  Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	<u>Компетенции сформированы.</u>  Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
Обучающийся демонстрирует: - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;	Обучающийся демонстрирует: - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и	Обучающийся демонстрирует: - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала. - способность устанавливать и	Обучающийся демонстрирует: - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений,

<p>- непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий;</p> <p>- отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;</p> <p>- отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.</p>	<p>неточные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>- недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>- умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.</p>	<p>объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;</p> <p>- правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;</p> <p>- умение решать практические задания, которые следует выполнить;</p> <p>- владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>- наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.</p>	<p>точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий;</p> <p>- способность устанавливать и объяснять связь практики и теории;</p> <p>- логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора;</p> <p>- умение решать практические задания;</p> <p>- свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</p>
<p><b>Оценка</b> <b>«неудовлетворительно» / не зачтено</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«удовлетворительно» / «зачтено»</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«хорошо» / «зачтено»</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«отлично» / «зачтено»</b></p>

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977, 736 с.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики – М.: Наука, 1981. – 512 с.
3. Соболев С.Л. Уравнения математической физики – М.: Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1954. – 312с.
4. Ильин А.М. Уравнения математической физики – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 192 с.
5. Положий Г.Н. Уравнения математической физики – М.: Высшая школа, 1964. – 560 с.
6. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Бином, 2005. – 260 с.

7. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа. 1970. – 712 с.
8. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том IV, М.: Наука, 1981.
9. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1984. – 384 с.
10. Емельянов В.М., Рыбакина Е.А. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2008. – 224с.
11. Бицадзе А.В., Калинин Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1985. – 312с.
12. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для академического бакалавриата / В. В. Палин, Е. В. Радкевич. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 222 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03589-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт. — Электронный ресурс, URL: <https://urait.ru/bcode/438305> .
13. Ильин, А.М. Уравнения математической физики : учебное пособие / А.М. Ильин. – Москва : Физматлит, 2009. – 192 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69318>
14. Методы математической физики : учебное пособие / Ю.В. Гриняев, Л.Л. Миньков, С.В. Тимченко, В.М. Ушаков ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : Эль Контент, 2012. – 148 с. : ил.,табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=208645>.
15. Розендорн, Э.Р. Уравнения с частными производными : учебник / Э.Р. Розендорн, Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева ; ред. Э.Р. Розендорн. – 2-е изд., стер. – Москва : Физматлит, 2017. – 334 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485339>.
16. Треногин, В.А. Уравнения в частных производных : учебное пособие / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. – Москва : Физматлит, 2013. – 227 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275574>.
17. Уравнения математической физики Игнатьев В.Н.,Игнатьева И.В., Карчевский М.М., Мовчан Л.Ш. учебное пособие / министерство образования российской федерации казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, 2003. издательство: КНИТУ-КАИ, 138 С.
18. Пикулин, В.П. Практический курс по уравнениям математической физики : практикум : [16+] / В.П. Пикулин, С.И. Похожаев. – 2-е изд., стереотип. – Москва : МЦНМО, 2004. – 208 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63240>.

**б) дополнительная литература:**

19. Очан Ю.С. Методы математической физики. – М.: Высшая школа, 1965. – 383 с.
20. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. - М.: МИР, 1985. – 384 с.
21. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. – М.: МЦНМО, 2004. – 208 с.
22. Комеч А.И. Практическое решение уравнений математической физики. Мехмат МГУ, 1993. – 155 с.
23. Глушко А.В., Баев А.Д., Рябенко А.С. Уравнения математической физики. – Воронеж:ИПЦ ВГУ, 2011. – 520с.
24. Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 254 с. — (Бакалавр. Академический курс). —

ISBN 978-5-534-02925-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. —

URL: <https://urait.ru/bcode/437520>

25. Баутин, С.П. Аналитическая тепловая волна / С.П. Баутин. — Москва : Физматлит, 2003. — 88 с. — Режим доступа: по подписке. —

URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82280> — ISBN 5-9221-0443-8. — Текст : электронный.

**в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:**

– eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. — URL: <http://www.elibrary.ru>.

– База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>

– Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. — URL: <http://biblio-online.ru>.

– Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. — URL: <http://www.biblioclub.ru>.

## **10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;
4. CiscoWebex- Система проведения вебинаров (ООО Айтестдоговор № Д83-2020 от 10.08.2020-10.08.2021 г.).

*Перечень ПО в свободном доступе:*

1. Kaspersky Free;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser;
6. Anaconda3;

## **Лист обновления/актуализации**

### **1. Программа актуализирована.**

Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений

Протокол №8 от 27.03.2018 г.;

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 30.03.2018 г.)

### **2. Программа актуализирована.**

Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений

Протокол №8 от 26.03.2019 г.;

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 29.03.2019 г.)

### **3. Программа актуализирована.**

Внесенные изменения рассмотрены и утверждены на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений

Протокол №8 от 24.03.2020 г.;

Одобрены на заседании совета факультета математики и информационных технологий (протокол № 5 от 27.03.2020 г.)