Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет имени Коста Левановича Хетагурова»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УР
_____ А.Ю. Дигурова
«30» _____ 20 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Теория функций комплексного переменного»

Направление 03.03.02 Физика

Профиль: " Физика конденсированного состояния "

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

(год начала подготовки 2017г.)

Владикавказ 2020

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению **03.03.02 Физика,** утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 07. 08. 2014 г. № 937, учебным планом подготовки бакалавра по направлению **03.03.02 Физика,** утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «Северо-Осетинский государственный университет имени Коста Левановича Хетагурова» от 30.04. 2020 г., протокол № 9.

Составитель: Тедеев А. Ф., доцент кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений (протокол № 8 от 24 марта 2020 г.)

Зав. кафедрой_____М.С. Бичегкуев

Одобрена Советом физико-технического факультета

(протокол №7 от «29» июня 2020 г.)

Председатель_____И.В. Тваури

1. Цели и задачи курса

Целью курса «Теория функций комплексного переменного» является изучение основ теории функций комплексного переменного.

Основная задача учебного курса: изучение комплекса методов теории функций комплексного переменного, применяющихся при решении прикладных задач. В результате изучения курса студент должен знать теоретические основы и практические приложения разделов теории функций комплексного переменного; иметь представление о приложениях различных методов теории функций комплексного переменного к задачам физики и других естественных наук.

2. Тематический план

№	Тема	Виды учебной работы и самостоятельная работа, в час.			Итого часов по теме	Итого количество баллов
		Лекции	Семинарские (практические) занятия	Самостоятельная работа		
1	**2**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Модуль 1						
1	Комплексные числа. Функции комплексного переменного	6	3	3	12	0-10
2	Дифференцирование функции комплексного переменного. Аналитические функции	8	4	4	16	0-10
	Всего	14	7	7	28	0-20
Первая рубежная контрольная работа						0-30
3	Интегрирование функции комплексного переменного	6	3	3	12	0-4
4	Ряды. Теория вычетов	6	3	3	12	0-4
5	Конформные отображения	6	2	3	11	0-4
6	Преобразование Лапласа и его свойства	2	2	2	6	0-4

1	2	4	5	6	7	8
7	Приложения теории функций комплексного переменного к задачам физики	4	1	1	6	0-4
8	Итоговая контрольная работа					0-30
9	Итого(часов,балов)	38	18	24	80	0-100

3. Содержание программы курса по темам

Тема 1. Комплексные числа. Функции комплексного переменного: комплексные числа и действия над ними; геометрическая интерпретация; тригонометрическая и показательная формы записи; возведение в степень и извлечение корня; бесконечно удаленная точка; стереографическая проекция; расширенная комплексная плоскость; множества точек на комплексной плоскости; последовательности комплексных чисел; предел последовательности; определение функции комплексного переменного; предел функции комплексного переменного; непрерывность функции комплексного переменного; элементарные функции; многозначные функции.

Тема 2. Дифференцирование функции комплексного переменного. Аналитические функции: производная функции комплексного переменного; правила дифференцирования функции; критерий дифференцируемости; аналитические функции и их свойства; гармонические функции; связь гармонической и аналитической функции; геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.

Тема 3. Интегрирование функции комплексного переменного: интеграл по комплексному переменному, его свойства; интегральная теорема Коши; теорема Коши для многосвязной области; первообразная и интеграл функции комплексного переменного; интегральная формула Коши; свойства аналитических функций; теорема о среднем; принцип максимума модуля; теорема Морера.

Тема 4. Ряды. Теория вычетов: числовые ряды; сходимость ряда; абсолютно сходящиеся ряды; функциональные ряды; равномерная сходимость; степенные ряды; теорема Абеля; ряды Тейлора; теорема Тейлора; целая функция; ряды Лорана; теорема Лорана; изолированные особые точки; вычеты функции; вычисление вычетов в конечных изолированных особых точках; основная теорема о вычетах; вычет в бесконечно удаленной точке; вычисление интеграла по замкнутому контуру; логарифмический вычет; вычисление несобственных интегралов и интегралов от тригонометрических функций.

Тема 5. Конформные отображения: конформное отображение; необходимое и достаточное условие конформности; теорема Римана; принцип взаимнооднозначного соответствия границ; принцип симметрии; линейная функция; дробно – линейная функция; степенная функция; показательная и логарифмическая функции; тригонометрические и обратные тригонометрические функции.

Тема 6. Преобразование Лапласа и его свойства: преобразование Лапласа; оригинал и изображение; свойства преобразования Лапласа; решение задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью преобразования Лапласа.

Тема 7. Приложения теории функций комплексного переменного к задачам физики: плоское течение жидкости; обтекание контура; применение преобразования Лапласа к расчету электрических контуров.

4. Планы практических занятий

Тема 1. Комплексные числа. Функции комплексного переменного (3 час.):

1) комплексные числа и действия над ними;
2) тригонометрическая и показательная формы записи;
3) возведение в степень и извлечение корня;
4) множества точек на комплексной плоскости;
5) последовательности комплексных чисел;
6) предел последовательности;
7) предел функции комплексного переменного;
8) элементарные функции;
9) многозначные функции.

Тема 2. Дифференцирование функции комплексного переменного. Аналитические функции (3 час.):

1) производная функции комплексного переменного;
2) правила дифференцирования функции;
3) критерий дифференцируемости;
4) аналитические функции;
5) связь гармонической и аналитической функции;
6) геометрический смысл модуля и аргумента производной.

Тема 3. Интегрирование функции комплексного переменного (3 час.):

1) интеграл по комплексному переменному;
2) интегральная теорема Коши;
3) первообразная;
4) интегральная формула Коши.

Тема 4. Ряды. Теория вычетов (3 час.):

1) числовые ряды;
2) функциональные ряды;
3) степенные ряды;
4) ряды Тейлора;
5) ряды Лорана;
6) изолированные особые точки;
7) вычисление вычетов в конечных изолированных особых точках;
8) вычет в бесконечно удаленной точке;
9) вычисление интегралов по замкнутому контуру при помощи вычетов;
10) логарифмический вычет;
11) вычисление несобственных интегралов и интегралов от тригонометрических функций.

Тема 5. Конформные отображения (3 час.):

1) конформное отображение, необходимое и достаточное условие конформности;
2) линейное отображение;
3) дробно – линейное отображение;
4) отображение степенной функцией;

5) отображения показательной и логарифмической функцией;

6) отображения тригонометрическими и обратными тригонометрическими функциями.

Тема 6. Преобразование Лапласа и его свойства (2 час.):

1) преобразование Лапласа;

2) нахождение оригинала по изображению;

3) решение задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений.

Тема 7. Приложения теории функций комплексного переменного к задачам физики (1 час.):

1) плоское течение жидкости;

2) применение преобразования Лапласа к расчету электрических контуров.

5. Примерные задания для контрольной работы

1. Найти корни уравнения $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z - 15 = 0$, расположенные в четвертой четверти.
2. Решить уравнение $\sin z - 2 = 0$.
3. Определить область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{(z+i)^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{(n+i)^n}$.
4. Найти производную функции $w = \frac{1}{z^2 - 1}$, используя определение.
5. Выяснить является ли функция $w = |z| \cdot e^{2z}$ аналитической хотя бы в одной точке.
6. Может ли функция $v = 2\cos x \operatorname{ch} y - x^2 + y^2$ являться мнимой частью аналитической функции. Если да, то восстановить функцию по мнимой части и значению $f(0) = 2$.
7. Найти коэффициент растяжения и угол поворота при отображении $w = z^3$ в точках $z_1 = 2 - i$ и $z_2 = 1 + i\frac{\pi}{2}$.
8. Вычислить $\int_C \frac{\ln z}{z} dz$, C: отрезок прямой, соединяющий точки $z_1 = 1$ и $z_2 = i$.
9. Вычислить интеграл $\int_{|z|=5} \frac{dz}{z^2 + 16}$, используя интегральную формулу Коши.
10. Разложить функцию $w = \frac{1}{z^2 - 16}$ в ряд Лорана в окрестности особых точек.
11. Разложить функцию $w = \frac{1}{z^2 + 1}$ в ряд Лорана в кольцах с центром в точке $z = i$.
12. Определить характер особых точек функции $w = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4} z}$.
13. Найти вычеты в особых точках функции $w = \frac{1 - \cos z}{z^3 (z - 3)}$.

14. Вычислить $\int\limits_C \frac{e^{2z}}{z^3-1}dz$, C: $x^2+y^2-2x=0$.

15. Найти логарифмический вычет функции $w=\frac{z}{z^3+1}$ относительно контура C: $|z|=2$.

16. Вычислить $\int\limits_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{2+\cos x}dx$.

17. Вычислить $\int\limits_0^{+\infty} \frac{x^3 \sin x}{\left(x^2+1\right)^2}dx$.

18. Вычислить $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^6+1}$.

19. Найти образ области $|\arg z|<\pi/2$ при отображении $w=iz^2+3$.

20. Найти конформное отображение круга $|z|<5$ в круг $|w|<1$ так, чтобы точки -5, $4+3i$, 5 перешли в точки 1, i, -1.

21. Найти область плоскости (w) на которую функция $w=e^{i2z}$ отображает полосу $0<\operatorname{Re} z<\frac{\pi}{4}$.

22. Решить задачу Коши $x''-x=\sin t$, $x(0)=-1$, $x'(0)=0$, используя преобразование Лапласа.

6. Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами и их геометрическое истолкование.
2. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение комплексного числа в степень и извлечение корня из комплексного числа.
3. Сфера Римана. Расширенная комплексная плоскость.
4. Последовательности комплексных чисел.
5. Числовые ряды.
6. Функция комплексного переменного. Однолистные функции.
7. Многозначные функции.
8. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.
9. Производная функции комплексного переменного. Правила дифференцирования функции комплексного переменного.
10. Производная функции комплексного переменного. Критерий дифференцируемости.
11. Аналитическая функция и ее свойства.
12. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной (мнимой) части.
13. Производная функции комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
14. Интеграл от функции комплексного переменного, его свойства.
15. Интегральные теоремы Коши.

16. Первообразная. Теорема о существовании первообразной.
17. Интегральная формула Коши.
18. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Теорема Морера.
19. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
20. Степенные ряды. Область сходимости. Теорема Абеля.
21. Двусторонние степенные ряды. Область сходимости.
22. Дифференцирование степенного ряда.
23. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора.
24. Ряд Лорана. Теорема Лорана.
25. Изолированные особые точки. Устранимые особые точки. Полюсы.
26. Изолированные особые точки. Существенно особые точки. Бесконечно удаленная точка как особая.
27. Нули функций. Вычеты функций. Основная теорема о вычетах.
28. Вычисление вычета относительно полюса.
29. Вычисление вычета в бесконечно удаленной точке.
30. Вычисление интеграла по замкнутому контуру с помощью вычетов. Основная теорема о вычетах.
31. Логарифмический вычет. Вычисление интегралов.
32. Основная теорема алгебры. Теорема Руше.
33. Применение вычетов к вычислению несобственных интегралов.
34. Применение вычетов к вычислению интегралов от тригонометрических функций.
35. Конформное отображение. Критерий конформности.
36. Теорема Римана. Принцип взаимно однозначного соответствия границ. Принцип симметрии.
37. Линейная функция. Конформное отображение, осуществляемое линейной функцией.
38. Функция $w=1/z$. Конформное отображение, осуществляемое функцией $1/z$.
39. Дробнолинейная функция. Конформное отображение, осуществляемое дробнолинейной функцией.
40. Степенная функция. Конформное отображение, осуществляемое степенной функцией.
41. Показательная функция. Конформное отображение, осуществляемое показательной функцией.
42. Логарифмическая функция. Обратные тригонометрические функции. Функция Жуковского. Конформные отображения, осуществляемые ими.
43. Преобразование Лапласа и его свойства.
44. Решение задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью преобразования Лапласа.
45. Некоторые физические приложения теории функций комплексного переменного. Плоское течение жидкости. Некоторые физические приложения теории функций комплексного переменного. Применение преобразования Лапласа к расчету электрических контуров.

	Вариант 1	
1	Дано комплексное число $z = \sqrt{2}+j$. Его мнимая часть равна…	1) $\sqrt{2}$; 3) 1; 2) j; 4) $\sqrt{3}$.
2	Дано комплексное число $z = 5e^{2j}$. Его мнимая часть равна…	1)2; 3) 5sin2; 2)2j; 4)5cos2.
3	Дано комплексное число $Z = 3(\cos\pi/3 + j\sin\pi/3)$.Его действительная часть равна…	1) 3/2 2)3sinπ/3 3) 3 4) 1/2
4	Множество комплексных чисел обозначается…	1)A 2) B 3)C 4)P
5	Укажите комплексное число, записанное в алгебраической форме	1)3/2j -2j/2 2)3/2+2/j 3)(3+2j)/2 4)-2/3 +(3/2)j
6	Дано комплексное число Z=-1+2j. Ему сопряженное $\bar{Z}$ будет равно	1)1+2j 2)-1-2j 3)1-2j 4)-1+2j
7	Мнимая часть числа (1+3j)/(2+j)	1)j 2)-j 3)1 4)1+j
8	Дано комплексное число $Z = 2j + \sqrt{3}$. Ему сопряженное $\bar{Z}$ будет равно…	1)2j -√3 2)-2j-√3 3)2j+√3 4)-2j+√3
9	Мнимая часть числа $(4-j\sqrt{2})/(2+j\sqrt{2})$	1)-√2 2)-j√2 3)√2 4)j√2

	Вариант 2	
1	Действительная часть числа (1+3j)/(2+j) будет равна…	1)j; 2)-j; 3)1; 4)1+j.
2	Действительная часть числа $(4-j\sqrt{2})/(2+j\sqrt{2})$ будет равна…	1)-√2; 2)1; 3)√2; 4)j√2.
3	Значение выражения $(1+j\sqrt{3})^9$ будет равно…	1)512; 2)612; 3)-512; 4)-612;
4	Используя формулу Муавра, найти $(\sqrt{2} + j\sqrt{2})^8$ …	1)0; 2)16; 3)1; 4)256.
5	Найти $z_1 \cdot z_2$, если $z_1 = (\cos\pi + j\sin\pi)$, $z_2 = \sqrt[3]{5}(\cos 3\pi/7 + j\sin 3\pi/7)$.	1)$\sqrt[3]{5}(\cos(10\pi/7) - j\sin(-10\pi/7))$; 2)$\sqrt[3]{5}(\cos(3\pi/7 + j\sin(3\pi/7 + \pi))$; 3)$\sqrt[3]{5}(\cos 3\pi^2/7 + j\sin 3\pi^2/7)$; 4)$(\cos(3\pi/7 + \pi) + j\sin(3\pi/7))$.
6	Используя формулу Муавра, найти $(\sqrt{2} + j\sqrt{2})^8$…	1)0; 2)16; 3)1; 4)256.
7	Возвести выражение в степень $(1-j\sqrt{3})^6$…	1)729; 2)64; 3)8; 4)512.
8	Найти z_1/z_2 , если $z_1 = 2(\cos\pi/2 + j\sin\pi/2)$, $z_2 = \sqrt{2}(\cos 3\pi/7 + j\sin 3\pi/7)$.	1)$2\sqrt{2}(\cos\pi/14 + j\sin\pi/14)$; 2)$\sqrt{2}(\cos -\pi/14 - j\sin -\pi/14)$; 3)$2/\sqrt{2}(\cos\pi/14 - j\sin\pi/14)$; 4)$-\sqrt{2}(\cos(\pi/2 - 3\pi/7) + j\sin(\pi/2 - 3\pi/7))$.

	Вариант 1	
1	Дано комплексное число $z = \sqrt{2}+j$. Его мнимая часть равна…	1) $\sqrt{2}$; 3) 1; 2) j; 4) $\sqrt{3}$.
2	Дано комплексное число $z = 5e^{2j}$. Его мнимая часть равна…	1)2; 3) 5sin2; 2)2j; 4)5cos2.
3	Дано комплексное число $Z = 3(\cos\pi/3 + j\sin\pi/3)$.Его действительная часть равна…	1) 3/2 2)3sinπ/3 3) 3 4) 1/2
4	Множество комплексных чисел обозначается…	1)A 2) B 3)C 4)P
5	Укажите комплексное число, записанное в алгебраической форме	1)3/2j -2j/2 2)3/2+2/j 3)(3+2j)/2 4)-2/3 +(3/2)j
6	Дано комплексное число Z=-1+2j. Ему сопряженное $\bar{Z}$ будет равно	1)1+2j 2)-1-2j 3)1-2j 4)-1+2j
7	Мнимая часть числа (1+3j)/(2+j)	1)j 2)-j 3)1 4)1+j
8	Дано комплексное число $Z = 2j + \sqrt{3}$. Ему сопряженное $\bar{Z}$ будет равно…	1)2j -√3 2)-2j-√3 3)2j+√3 4)-2j+√3
9	Мнимая часть числа $(4-j\sqrt{2})/(2+j\sqrt{2})$	1)-√2 2)-j√2 3)√2 4)j√2

	Вариант 2	
1	Действительная часть числа (1+3j)/(2+j) будет равна…	1)j; 2)-j; 3)1; 4)1+j.
2	Действительная часть числа $(4-j\sqrt{2})/(2+j\sqrt{2})$ будет равна…	1)-√2; 2)1; 3)√2; 4)j√2.
3	Значение выражения $(1+j\sqrt{3})^9$ будет равно…	1)512; 2)612; 3)-512; 4)-612;
4	Используя формулу Муавра, найти $(\sqrt{2} + j\sqrt{2})^8$ …	1)0; 2)16; 3)1; 4)256.
5	Найти $z_1 \cdot z_2$, если $z_1 = (\cos\pi + j\sin\pi)$, $z_2 = \sqrt[3]{5}(\cos 3\pi/7 + j\sin 3\pi/7)$.	1)$\sqrt[3]{5}(\cos(10\pi/7) - j\sin(-10\pi/7))$; 2)$\sqrt[3]{5}(\cos(3\pi/7 + j\sin(3\pi/7 + \pi))$; 3)$\sqrt[3]{5}(\cos 3\pi^2/7 + j\sin 3\pi^2/7)$; 4)$(\cos(3\pi/7 + \pi) + j\sin(3\pi/7))$.
6	Используя формулу Муавра, найти $(\sqrt{2} + j\sqrt{2})^8$…	1)0; 2)16; 3)1; 4)256.
7	Возвести выражение в степень $(1-j\sqrt{3})^6$…	1)729; 2)64; 3)8; 4)512.
8	Найти z_1/z_2 , если $z_1 = 2(\cos\pi/2 + j\sin\pi/2)$, $z_2 = \sqrt{2}(\cos 3\pi/7 + j\sin 3\pi/7)$.	1)$2\sqrt{2}(\cos\pi/14 + j\sin\pi/14)$; 2)$\sqrt{2}(\cos -\pi/14 - j\sin -\pi/14)$; 3)$2/\sqrt{2}(\cos\pi/14 - j\sin\pi/14)$; 4)$-\sqrt{2}(\cos(\pi/2 - 3\pi/7) + j\sin(\pi/2 - 3\pi/7))$.

7. Литература

Основная литература

1. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л. Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 312 с.
1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теорий функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2008. - 688 с.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009. - 432 с.
3. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 336 с.

Дополнительная литература

1. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. М.: Либроком, 2010.- 208 с.
2. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. СПб.: Лань, 2009. - 1120 с.
3. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1982. - 488 с.
4. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. СПб.: Лань, 2004. - 800 с.

8. Планирование самостоятельной работы студентов

№	Модули и темы	Виды СРС		Неделя семестра	Объем часов	Кол-во баллов
		обязательные	дополнительные			
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Модуль 1						
1	Комплексные числа. Функции комплексного переменного	решение контрольной работы; выполнение домашнего задания	работа с литературой	1-3	3	0-8
2	Дифференцирование функции комплексного переменного. Аналитические функции	решение контрольной работы; выполнение домашнего задания	работа с литературой	4-6	3	0-8

	Всего по модулю 1:	6	0-16
Модуль 2			

1	2	3	4	5	6	7
3	Интегрирование функции комплексного переменного	решение контрольной работы; выполнение домашнего задания	работа с литературой	6-9	3	0-8
4	Ряды. Теория вычетов	решение контрольной работы; выполнение домашнего задания	работа с литературой	10-12	3	0-8
	Всего по модулю 2:				6	0-16
Модуль 3						
5	Конформные отображения	решение контрольной работы; выполнение домашнего задания	работа с литературой	13-15	3	0-8
6	Преобразование Лапласа и его свойства	решение контрольной работы; выполнение домашнего задания	работа с литературой	16-17	2	0-4
7	Приложения теории функций комплексного переменного к задачам физики	решение контрольной работы; выполнение домашнего задания	работа с литературой	18	1	0-4
	Итоговая контрольная работа	решение контрольной работы		13-18	11	0-40
	Всего по модулю 3:				17	0-56
	Итого				29	0-88