

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Северо-Осетинский государственный университет  
имени Коста Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАМА ДИСЦИПЛИНЫ  
«Математический анализ»**

**Направление подготовки 38.03.01 Экономика**

**Профиль подготовки  
"Мировая экономика"**

**Квалификация (степень) выпускника –Бакалавр**

Форма обучения - очная

Год начала подготовки - 2022

Утверждена в составе ОПОП.

Составитель: доцент кафедры алгебры и анализа, к.э.н., Хугаева Л.Т.

Владикавказ

2022





## 1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачётные единицы.(180 час.).

	Очная Форма обучения
Курс	1
Семестр	2
Лекции	34
Практические занятия	50
Лабораторные занятия	-
Консультации	
Итого аудиторных занятий	84
Самостоятельная работа	60
Курсовая работа	-
Зачет	-
Экзамен	36
Общее количество часов	180 час.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины является изучение методов, задач и теорем математического анализа, их применение к решению задач прикладной математики и информатики; формирование понятий об элементарных свойствах математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач в экономике и для успешной профессиональной деятельности; умение на научной основе организовать свой труд, самостоятельно оценивать результаты своей деятельности; применять математические методы и методы системного анализа для решения задач профессиональной деятельности; умение использовать методы математических исследований прикладных вопросов при разработке математических моделей для решения задач профессиональной деятельности; использование навыков математического исследования явлений и процессов.

Основу данного курса составляют дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной, а также дифференциальное исчисление функций нескольких переменных и теория вещественных числовых рядов.

### Задачи дисциплины:

дать определение базовых понятий математического анализа; изложить ряд теоретических сведений об этих понятиях, лежащих в основе практических приложений; привести примеры их использования в экономике, управлении и других областях;

способствовать выработке у студентов устойчивых навыков работы с этими основными математическими понятиями на уровне, соответствующем их дальнейшему прикладному применению;

сформировать у студентов представление о теоретических основах тех экономико-математических методов и моделей, которые будут изучаться в дальнейшем.

## 3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам Блок

1. Дисциплины (модули). Обязательная часть. Б1.О.07.

Дисциплине «Математический анализ» предшествует

- *общематематическая подготовка в объеме средней общеобразовательной школы;*
- *Линейная алгебра.*

В результате освоения предшествующих дисциплин студент должен знать:

место, роль и возможности математического анализа в построении логических экономических моделей;

теорию и практику применения различных методов математического анализа; области применения математического анализа.

Освоение данной дисциплины как предшествующей необходимо при изучении следующих дисциплин:

- *Теория вероятностей и математическая статистика;*
- *Методы оптимальных решений;*
- *Эконометрика.*

#### 4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач; (ОПК-1).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка	Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач	основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач; основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач	применять методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; применять методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач	методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; навыками решения практических задач математического анализа; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий,

ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

## 5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Баллы		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		min	max	
1	<b>Тема №1. Введение в анализ. Функция</b> Понятие множества. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. Понятие функции. Основные свойства функций. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Классификация функций. Преобразование графиков. Применение функций в экономике. Интерполирование функций.	2	4	Применение функций в экономике.	4	Материалы занятий, опрос, тестирование			[1]-[5]
2-3	<b>Тема №2. Введение в анализ. Пределы и непрерывность</b> Предел числовой последовательности и Предел функции в бесконечности и в точке. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Признаки существования	4	6	Задача о непрерывном начислении процентов.	8	Материалы занятий, опрос, тестирование			[1]-[5]

	предела. Замечательные пределы. Задача о непрерывном начислении процентов. Непрерывность функции.								
4-5	<b>Тема №3. Дифференциальное исчисление. Производная.</b> Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции Производные основных элементарных функций. Понятие о производных высших порядков. Экономический смысл производной. Использование понятия производной в экономике.	4	6	Экономический смысл производной. Использование понятия производной в экономике.	8	Материалы занятий, опрос, тестирование			[1]-[5]
6-7	<b>Тема №4. Дифференциальное исчисление. Приложения производной.</b> Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталю. Возрастание и убывание функций. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функций	4	6	Приложение производной в экономической теории.	8	Материалы занятий, опрос, тестирование			[1]-[5]

	на отрезке. Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения их графиков. Приложение производной в экономической теории.								
8	<b>Тема №5. Дифференциально е исчисление. Дифференциал функции.</b> Понятие дифференциала функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков.	2	2	Дифференциальное исчисление в экономике	4	Материалы занятий, опрос тестировани е			[1]-[5]
9	<b>Тема №6. Интегральное исчисление. Неопределенный интеграл.</b> Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям.	2	2	Интегральное исчисление в экономике	4	Материалы занятий, опрос тестировани е			[1]-[5]
10	<b>Тема №6. Интегральное исчисление. Неопределенный интеграл.</b> Интегрирование простейших рациональных	2	4	Интегралы, «неберущиеся» в элементарных функциях.	4	Материалы занятий, опрос тестировани е			[1]-[5]



	<p>дробей.</p> <p>Интегрирование некоторых видов иррациональностей .</p> <p>Интегрирование тригонометрических функций.</p> <p>Об интегралах, «неберущихся» в элементарных функциях.</p>								
11-12	<p><b>Тема №7.</b></p> <p><b>Интегральное исчисление.</b></p> <p><b>Определенный интеграл.</b></p> <p>Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл.</p> <p>Свойства определенного интеграла.</p> <p>Определенный интеграл как функция верхнего предела.</p> <p>Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле.</p> <p>Геометрические приложения определенного интеграла.</p> <p>Несобственные интегралы.</p> <p>Приближенное вычисление определенных интегралов.</p> <p>Использование понятия определенного интеграла в экономике.</p>	4	6	<p>Приближенное вычисление определенных интегралов.</p> <p>Использование понятия определенного интеграла в экономике.</p>	8	<p>Материалы занятий, опрос тестирования</p>			[1]-[5]
13-14	<p><b>Тема №8.</b></p> <p><b>Интегральное исчисление.</b></p> <p><b>Дифференциальные уравнения.</b></p> <p>Основные</p>	4	6	<p>Использовании дифференциальных уравнений в экономической динамике.</p>	6	<p>Материалы занятий, опрос тестирования</p>			[1]-[5]

	<p>понятия. Дифференциальн ые уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Элементы качественного анализа дифференциальн ых уравнений первого порядка. Неполные дифференциальн ые уравнения первого порядка. Дифференциальн ые уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальн ые уравнения первого порядка. Линейные дифференциальн ые уравнения первого порядка. Дифференциальн ые уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальн ые уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Использовании дифференциальн ых уравнений в экономической динамике.</p>								
15	<p><b>Тема №9. Ряды.</b> <b>Числовые ряды.</b> Основные понятия. Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Ряды с членами произвольного</p>	2	2	<p>Применение рядов в приближенных вычислениях.</p>	4	<p>Материалы занятий, опрос тестировани е</p>			[1]-[5]

	знака.								
16	<b>Тема №10. Ряды. Степенные ряды.</b> Область сходимости степенного ряда. Ряд Маклорена. Применение рядов в приближенных вычислениях.					Материалы занятий, опрос тестирования			[1]-[5]
17-18	<b>Тема №11. Функции нескольких переменных.</b> Основные понятия. Предел и непрерывность. Частные производные. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент. Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функций. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Понятие об эмпирических формулах. Метод наименьших квадратов. Понятие двойного интеграла. Функции нескольких переменных в экономической теории.	4	6	Эмпирические формулы в эконометрических исследованиях. Функции нескольких переменных в экономической теории.	2	Материалы занятий, опрос тестирования			[1]-[5]
	<b>ИТОГО:</b>	<b>34</b>	<b>50</b>		<b>60</b>		<b>0</b>	<b>100</b>	

**Примечания:**

- Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.
- В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

## 6. Образовательные технологии

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

**Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия** с использованием современных интерактивных технологий.

**Лекция-диалог** – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

**Онлайн-семинар** – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

**Видеоконференция** – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

**Видео-лекция** – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

**Технология электронного обучения** (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

**Творческое задание** составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

**Публичная презентация проекта** - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

**Интерактивная лекция** представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

**Разработка проекта** позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

**Проблемное обучение-** поиск ответов на вопросы по теме.

## **7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относятся: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

## **8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

*Текущий контроль* – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

*Рубежный контроль* осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

**Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Контрольная работа по теме «Введение в анализ. Пределы и непрерывность»**

1. Найти пределы числовых последовательностей:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n}$ ; б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}$ ; в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1 + 2 + 3 + \dots + n)$ .

2. Найти пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x-3x^3}{3x^3 + x^2 + 1}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$ ;

3. Вычислить пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$ ;  
 д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{3x}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x}$ ;  
 и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{1+x} \right)^x$ ; к)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$ ; л)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{x-1} \right)^x$ ; м)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$ .

## Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление. Производная»

1. Вычислить производные следующих функций:

а)  $y = \sqrt{x}(x^3 - \sqrt{x} + 1)$ ; б)  $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{2x}}$ ; в)  $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$ ; г)  $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$ ;  
 д)  $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$ ; е)  $y = \frac{\arccos x}{x}$ ; ж)  $y = \ln \operatorname{tg} x$ ; з)  $y = \operatorname{arctg} \ln(3x - 1)$ ;  
 и)  $y = \ln \operatorname{arctg} \frac{1}{1+x}$ ; к)  $y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ ; л)  $y = \ln \frac{1-e^x}{e^x}$ .

2. Найти уравнение касательной к функции  $y = x - \frac{1}{x}$  в точке  $x_0 = 1$ .

3. Найти тангенс угла наклона касательной к функции  $y = \operatorname{tg}^2 x$  в точке  $x = \frac{\pi}{4}$  к положительному направлению оси Ох.

4. Найти экстремумы функции  $y = \frac{1}{3} x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ .

5. Найти промежутки возрастания и убывания функции  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости функции  $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$ .

7. Найти дифференциал функции  $y = (x^2 + 4x + 1)(x^2 - \sqrt{x})$ .

8. С помощью дифференциала функции найти приближенно  $\sqrt[3]{64,1}$ .

9. Исследовать построить график функции  $y = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$ .

## Контрольная работа по теме «Интегральное исчисление. Неопределенный интеграл»

Вычислить интегралы следующих функций:

- 1)  $\int \sqrt[3]{(8-3x)^2} dx$ ; 2)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+1}}$ ; 3)  $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$ ; 4)  $\int \frac{\sqrt{\ln x} dx}{x}$ ; 5)  $\int \frac{dx}{2x-1}$ ; 6)  $\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$ ;  
7)  $\int x \sin 2x dx$ ; 8)  $\int x e^{-x} dx$ ; 9)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$ ; 10)  $\int \frac{(x+1) dx}{x\sqrt{x-2}}$ ;

## Контрольная работа по теме «Интегральное исчисление. Определенный интеграл»

1. Вычислить интегралы:

- 1)  $\int_0^1 \sqrt{1+x} dx$ ; 2)  $\int_0^1 \frac{x dx}{(x^2+1)^2}$ ; 3)  $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$ ; 4)  $\int_2^3 \frac{dx}{2x^2+3x-2}$ ; 5)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx$ ;  
6)  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ ; 7)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ ; 8)  $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$ ; 9)  $\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$ ; 10)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+5}$ .

2. Найти площадь кривой, ограниченной линиями:  $y = 3x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

3. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

- 1)  $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$ ; 2)  $\int_0^1 x \ln x dx$ .

## Контрольная работа по теме «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»

1. Решить дифференциальные уравнения 1-го порядка:

- 1)  $xy' = x + 1$ ; 2)  $y dy = (x^2 - 2x) dx$ ; 3)  $xy' = \ln x$ .

2. Решить дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка:

$xy'' - y' = 1$ ;

3. Решить дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами:

- 1)  $y'' + 3y' + 2y = 0$ ; 2)  $y'' - 8y' + 16 = 0$ ; 3)  $y'' + 2y' + 5y = 0$ .

## Контрольная работа по теме «Ряды»

1. С помощью признака Даламбера определить сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$ ;
2. Выяснить вопрос о сходимости ряда с помощью признака сравнения:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ .
3. Применяя интегральный признак сравнения, определить сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ .
4. Определить область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ .
5. Разложить в ряд функцию:  $y = \sin \frac{x}{4}$ .

### Контрольная работа по теме «Функции многих переменных»

Найти частные производные и дифференциал функций:

1)  $z = x^3 y - y^3 x$ ; 2)  $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$ ; 3)  $u = \ln(x + y + z)$ .

Критерии оценивания представлены в таблице 8.1.

**Примеры тестовых заданий по дисциплине:**

$$\left[ \int f(x) dx \right]' = \dots$$

$f(x)dx$

$df(x)$

$f(x)+C$

$+f(x)$

Нет правильного ответа

Множество первообразных функции  $f(x) = e^{-5x}$  имеет вид...

$$\frac{1}{5}e^{-5x} + C$$

$$e^{-5x} + C$$

$$+ - \frac{1}{5}e^{-5x} + C$$

$$- 5e^{-5x} + C$$

Нет правильного ответа

Множество первообразных функции  $f(x) = e^{3x}$  имеет вид...

$$- \frac{1}{3}e^{3x} + C$$

$$+ \frac{1}{3}e^{3x} + C$$

$$e^{3x} + C$$



$$3e^{3x} + C$$

Нет правильного ответа

Множество первообразных функции  $f(x) = e^{2x}$  имеет вид...

$$-\frac{1}{2}e^{2x} + C$$

$$e^{2x} + C$$

$$+\frac{1}{2}e^{2x} + C$$

$$2e^{2x} + C$$

Нет правильного ответа

Какие из этих функций являются первообразными функции  $y = e^{7+5x}$  ?

а)  $e^{7-5x}$ ; б)  $5e^{7+5x}$  ?

только а)

только б)

и а), и б)

+ни а), ни б)

нет правильного ответа

Какие из этих функций являются первообразными функции  $y = e^{7+5x}$  ?

а)  $\frac{1}{5}e^{7+5x}$ ; б)  $\frac{1}{5}e^{7+5x}$  ?

только а)

только б)

+и а), и б)

ни а), ни б)

нет правильного ответа

Какие из этих функций являются первообразными функции  $y = e^{7x+15}$  ?

а)  $\frac{1}{5}e^{7x+15}$ ; б)  $\frac{1}{7}e^{7x+15} + 11$  ?

только а)

+только б)

и а), и б)

ни а), ни б)

нет правильного ответа

Какие из этих функций являются первообразными функции  $y = e^{7x+15}$  ?

а)  $\frac{1}{7}e^{7x+15}$ ; б)  $7e^{7x+15}$  ?

+только а)

только б)

и а), и б)

ни а), ни б)

нет правильного ответа

Первообразными функциями  $y = 15 \sin 6x$  являются...

а)  $-2,5 \cos 6x + 39$

б)  $90 \cos 6x$

в)  $-15 \cos 6x - 25$

г)  $-2,5 \cos 6x$

а) и в)

+а) и г)

только б)

ни одна

нет правильного ответа

Чему равен определенный интеграл  $\int x^6 dx$ ?

$+\frac{x^7}{7} + C$

$x^7 + C$

$6x^5 + C$

$\frac{x^6}{6} + C$

Нет правильного ответа

Чему равен неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$ ?

$-\operatorname{tg} x + C$

$+\operatorname{ctgx} + C$

$\operatorname{tg} x + C$

$\operatorname{ctgx} + C$

Нет правильного ответа

Чему равен неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ ?

$-\operatorname{tg} x + C$

$-\operatorname{ctgx} + C$

$+\operatorname{tg} x + C$

$\operatorname{ctgx} + C$

Нет правильного ответа

Чему равен неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{1+x^2}$ ?

$\ln(1+x^2) + C$

$\operatorname{arctgx} + C$

$$+\arctg x + C$$

$$\ln x + C$$

Нет правильного ответа

Чему равен неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$ ?

$$\ln|5 + \sqrt{x^2 + 25}| + C$$

$$0,2 \arctg(0,2x) + C$$

$$\arcsin(0,2x) + C$$

$$+\ln|x + \sqrt{x^2 + 25}| + C$$

Нет правильного ответа

Чему равен неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{25 - x^2}}$ ?

$$\ln|5 + \sqrt{x^2 + 25}| + C$$

$$0,2 \arctg(0,2x) + C$$

$$+\arcsin(0,2x) + C$$

$$\ln|x + \sqrt{x^2 + 25}| + C$$

Нет правильного ответа

Чему равен неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{25 + x^2}$ ?

$$\ln|5 + \sqrt{x^2 + 25}| + C$$

$$+0,2 \arctg(0,2x) + C$$

$$\arcsin(0,2x) + C$$

$$\ln|x + \sqrt{x^2 + 25}| + C$$

Нет правильного ответа

Установить соответствие между интегралом и его значением

А)  $\int \frac{dx}{x}$

Б)  $\int \sin x dx$

В)  $\int \frac{dx}{1 + x^2}$

Г)  $x^4 dx$

а)  $-\cos x + C$

б)  $\ln|x| + C$

в)  $\cos x + C$

г)  $\arctg x + C$

д)  $\frac{x^5}{5} + C$

А-б Б-в В-г Г-д

+А-б Б-а В-г Г-д

А-г Б-а В-в Г-д

А-г Б-в В-а Г-д

А-а Б-б В-в Г-г

Нет правильного ответа

## Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	60–70%	Менее 60%
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение занятий (max 8 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 2б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности

		применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
<b>3. Итоговый контроль по дисциплине</b>					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

#### **Вопросы для подготовки к экзамену:**

1. Применение функций в экономике. Интерполирование функций. Многочлен Лагранжа.
2. Применение функций в экономике. Интерполирование функций. Многочлен Ньютона.
3. Предел числовой последовательности.
4. Предел функции в точке. Геометрический смысл. Односторонние пределы.
5. Предел функции в бесконечности. Геометрический смысл.
6. Бесконечно малые величины. Связь бесконечно малых величин с пределами функций. Свойства бесконечно малых величин.
7. Бесконечно большие величины. Свойства бесконечно больших величин. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
8. Основные теоремы о пределах. Признаки существования пределов.
9. Первый замечательный предел.
10. Второй замечательный предел.
11. Задача о непрерывном начислении процентов.
12. Непрерывность функции в точке. Равносильность двух определений.
13. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных в точке.
14. Непрерывность функции на промежутке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
15. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
16. Задачи, приводящие к понятию производной (о касательной, о скорости движения, о производительности труда).

17. Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
18. Производная сложной и обратной функции. Производная неявной функции. Производные высших порядков.
19. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Доказать, что  $(uv)' = u'v + uv'$ .
20. Производные основных элементарных функции. Доказать, что  $(\ln x)' = 1/x$ .
21. Теорема Ферма. Геометрический смысл.
22. Теорема Роля. Геометрический смысл.
23. Теорема Лагранжа. Геометрический смысл.
24. Правило Лопиталя.
25. Схема исследования функции. Приложения производной при исследовании функции. Асимптоты функции.
26. Схема исследования функции. Возрастание и убывание функций. Экстремум функции.
27. Схема исследования функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклость функции. Точки перегиба.
28. Экономический смысл производной. Использование производной в экономике. Эластичность функции. Свойства эластичной функции.
29. Дифференциал функции. Понятие дифференциала. Геометрический смысл. Свойства дифференциала.
30. Инвариантность формы дифференциала. Применение дифференциала при приближенных вычислениях. Дифференциалы высших порядков.
31. Неопределенный интеграл. Понятие о первообразной. Теорема о первообразных.
32. Свойства неопределенного интеграла 1-5 ( доказательством). Интегралы от основных элементарных функций.
33. Метод интегрирования по частям. Типы интегралов, подлежащих вычислению методом интегрирования по частям.
34. Интегрирование рациональных дробей. Теорема о представлении правильной рациональной дроби в виде суммы простейших дробей.
35. Интегрирование иррациональных функций (квадратичные иррациональности, дробно-линейная подстановка).
36. Интегрирование тригонометрических функций.
37. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла.
38. Формула Ньютона-Лейбница.
39. Основные свойства определенного интеграла 1-10 ( с доказательством).
40. Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур.
41. Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление объемов тел вращения.
42. Несобственные интегралы.
43. Приближенное вычисление интегралов. Метод прямоугольников. Метод трапеций.
44. Приближенное вычисление интегралов. Метод Симпсона.
45. Основные понятия о дифференциальных уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения.
46. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
47. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
48. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

49. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
50. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
51. Функции двух переменных. Предел функции двух переменных.
52. Непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
53. Частные производные первого порядка. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.
54. Дифференцируемость и полный дифференциал функции двух переменных.
55. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

**Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

<b>Уровень сформированности компетенций</b>			
<b>«Минимальный уровень не достигнут» (менее 56 баллов)</b>	<b>«Минимальный уровень» (56-70 баллов)</b>	<b>«Средний уровень» (71-85 баллов)</b>	<b>«Высокий уровень» (86-100 баллов)</b>
<p><u>Компетенции не сформированы.</u></p> <p>Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>
<b>Описание критериев оценивания</b>			
<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- существенные пробелы в знаниях учебного материала;</li> <li>- допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы,</li> </ul>	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знания теоретического материала;</li> <li>- неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное</li> </ul>	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала;</li> <li>- твердые знания теоретического</li> </ul>	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала;</li> <li>- полное понимание сущности и</li> </ul>

<p>отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;</p> <p>- непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий;</p> <p>- отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;</p> <p>- отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.</p>	<p>понимание сущности излагаемых вопросов;</p> <p>- неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>- недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>- умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.</p>	<p>материала.</p> <p>- способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;</p> <p>- правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;</p> <p>- умение решать практические задания, которые следует выполнить;</p> <p>- владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>- наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам.</p> <p>Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.</p>	<p>взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий;</p> <p>- способность устанавливать и объяснять связь практики и теории;</p> <p>- логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора;</p> <p>- умение решать практические задания;</p> <p>- свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</p>
<p><b>Оценка</b> <b>«неудовлетворительно» / не зачтено</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«удовлетворительно» / «зачтено»</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«хорошо» / «зачтено»</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«отлично» / «зачтено»</b></p>

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

- Бегматов, А.Х. Математический анализ : учебное пособие : в 2 частях : [16+] / А.Х. Бегматов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2016. – Ч. 1. Функции одной переменной. – 152 с. : ил., табл., граф. – Режим доступа: по



- подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576626> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-2926-6. – ISBN 978-5-7782-2927-3 (Ч. 1). – Текст : электронный.
2. Высшая математика для экономистов : учебник / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман ; ред. Н.Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити, 2015. – 482 с. : граф. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114541> . – ISBN 978-5-238-00991-9. – Текст : электронный.

**б) дополнительная литература:**

3. Аникин, С.А. Математика для экономистов : учебное пособие / С.А. Аникин, О.И. Никонов, М.А. Медведева ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 74 с. : табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275625> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1108-8. – Текст : электронный.
4. Бесов, О.В. Лекции по математическому анализу : учебник / О.В. Бесов. – Москва : Физматлит, 2014. – 476 с. : схем., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275467> . – ISBN 978-5-9221-1506-3. – Текст : электронный.
5. Гурьянова, К.Н. Математический анализ : учебное пособие / К.Н. Гурьянова, У.А. Алексеева, В.В. Бояршинов ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 332 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275708> . – ISBN 978-5-7996-1340-2. – Текст : электронный.

**в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:**

- eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.
- База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>
- Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.
- Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

## **10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);

2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

*Перечень ПО в свободном доступе:*

1. KasperskyFree;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser.