

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Северо-Осетинский государственный университет
имени Коста Левановича Хетагурова»



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математика»

Направление подготовки 43.03.02 Туризм

Профиль: технология и организация туроператорских и турагентских услуг

квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения - очная

Владикавказ 2017

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению 43.03.02 – Туризм, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 3 июня 2013 г. № 466, учебным планом подготовки бакалавра по направлению 43.03.02 - Туризм,, утвержденным ученым советом ФГБОУ ВПО «Северо-Осетинский государственный университет» от 27.04. 2017 г., протокол №11.

Составитель: старший преподаватель кафедры математического анализа Галаванова З.Е.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры
математического анализа(протокол №7 от «27.03. 2017 г.)

Одобрена Советом факультета географии и геоэкологии
30.03.2017г., протокол № 8

1. Структура, и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 часов).

Форма промежуточной аттестации – экзамен

Очная форма обучения	
Курс	1
Семестр	1 сем .
Лекции	36
Практические (семинарские) занятия	36
Лабораторные занятия	-
Консультации	
Итого аудиторных занятий	72
Самостоятельная работа	36
Форма контроля	
Курсовая работа	-
Экзамен	36 ч.
Зачет	-
Общее количество часов	144

2. Цели освоения дисциплины:

- способность обрабатывать и интерпретировать с использованием базовых знаний математики и информатики данные, необходимые для осуществления проектной деятельности в туризме;
- формирование необходимого уровня фундаментальной математической подготовки;
- воспитание достаточно высокой математической культуры: ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке студентов;
- формирование у будущих специалистов основных представлений в области математики, необходимых для изучения специальных дисциплин;
- получение основных навыков решения задач по математике;
- обучение будущих специалистов математическому подходу к анализу прикладных задач, а также математическим методам исследования и решения таких задач.
- ознакомление студентов с основами высшей математики;
- формирование необходимого уровня фундаментальной математической подготовки;
- ориентация будущих специалистов на использование математических методов при решении прикладных задач;
- развитие у будущих специалистов логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические и другие знания.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам Блока 1 базовой части Б1.Б.06.

Для изучения дисциплины необходимы знания и компетенции, полученные обучающимися в рамках школьной программы по математике или соответствующих математических дисциплин среднего профессионального образования.

Знания и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Математика», являются необходимыми для дальнейшего изучения дисциплин «Менеджмент в туристской индустрии», «Маркетинг в туристской индустрии», «Экономика туризма» и др.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Коды компетенций	Содержание компетенций
ОПК-1	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности, использовать различные источники информации по объекту туристского продукта

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Коды компетенций ОПОП	Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-1	<ul style="list-style-type: none"> - современные информационно – коммуникационные технологии; - основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации; - современное состояние уровня и направления развития компьютерной техники и программных средств; - основные требования к информационной безопасности, в том числе защиты коммерческой тайны; - основные понятия и современные принципы работы с деловой информацией, а также иметь представление о корпоративных информационных 	<ul style="list-style-type: none"> - применить современное офисное программное обеспечение в профессиональной деятельности; работать с традиционными носителями информации; - осуществлять поиск информации и передачу данных, необходимых для решения поставленных задач, используя сетевые технологии; - создавать базы данных и использовать ресурсы Интернет; - оперативно работать с информацией. 	<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками работы с компьютером как средством управления информацией; - навыками использования информационных и интерактивных Интернет-ресурсов; - технологиями сбора, обработки и анализа информации средствами Интернет; - технологией обмена информацией с использованием различных Интернет - сервисов

	системах и базах данных.		
--	--------------------------	--	--

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей)..

5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа Студентов		Формы контроля	Литература
		л	пр	Содержание	Часы		
1	Прямая линия на плоскости Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.	2	2	Координаты точки на прямой и на плоскости. Площадь треугольника и многоугольника.	2	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной	[1],[2]
2	Общее уравнение прямой. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках.	2	2	Нормальное уравнение прямой Точка пересечения двух прямых. Расстояние от точки до прямой.	2	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной	[1],[2]
3	Кривые второго порядка Окружность. Эллипс. Гипербола, Парабола.	2	2	Самостоятельная работа по 1 главе	2	вопросы в рубежной контрольной	[1],[2]
4	Векторы на плоскости и в пространстве. Векторы на плоскости и в пространстве. Длина и направление вектора. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов.	2	2	Проекция вектора на заданное направление	2	вопросы в рубежной контрольной	[1],[2]
5	Определители и матрицы	2	2	Обратная матрица. Ранг	2	мини-опрос	[1],[2]

	Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.			матрицы.			
6	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера. Метод Гаусса.	2	2	Метод обратной матрицы	2	мини-опрос	[1],[2]
7	Функция Множества. Абсолютная величина действительного числа. Понятие функции. Способы задания функции. Понятие неявной, обратной и сложной функций.	2	2	Основные свойства функции. Графики основных элементарных функций.	2	вопросы в рубежной контрольной	[1],[2]
8	Теория пределов Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности. Предел функции в точке.	2	2	Предел функции в бесконечности. Предел функции в точке.	2	Проверка на занятиях	[1],[2]
9	Односторонние пределы Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Основные теоремы о пределах. Первая рубежная контрольная работа	2	2	Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов	2	мини-опрос	[1],[2]
10	Теория пределов Первый замечательный предел Второй замечательный предел. Непрерывность функции Некоторые свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции.	2	2	Другие замечательные пределы. Непрерывность обратных тригонометрических функций.	2	Проверка на занятиях	[1],[2]
11	Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей. Производная.	2	2	Равномерная непрерывность функции.	2	мини-опрос	[1],[2]

	Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.						
12	Производная. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Производная неявной, обратной и сложной функций. Правило Лопиталя.	2	2	Понятие о бесконечной производной. Вычисление производных функций, заданных неявно, параметрически.	2	Опрос на занятиях	[1],[2]
13	Приложения производной Условие постоянства, возрастания и убывания функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.	2	2	Исследование функции и построение графика. Приближенное решение уравнений. Графики разрывных функций.	2	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной	[1],[2]
14	Приложения производной Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты кривой. Полное исследование функции.	2	2	Исследование функции и построение графика. Приближенное решение уравнений. Графики разрывных функций.	2	Проверка на занятиях	[1],[2]
15	Дифференциал функции Дифференциал функции. Дифференциал первого порядка. Свойства дифференциала. Неопределенный интеграл: Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства.	2	2.	Теорема об инвариантности дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.	2	мини-опрос вопросы в рубежной контрольной	[1],[2]
16	Неопределенный интеграл: Интегралы основных элементарных функций. Способы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.	2	2	Специальные приемы вычисления некоторых интегралов	2	Опрос на занятиях	[1],[2]
17	Комбинаторика	2	2	Основы комбинаторики -	2	Решение	[1],[2]

	Основы комбинаторики - перестановки, размещения, сочетания. Основные формулы			перестановки, размещения, сочетания. Основные формулы		задач	
18	Теория вероятности Определение вероятности, свойства. Основные формулы.	2	2	Определение вероятности, свойства. Основные формулы	2	Решение задач	[1],[2]
	Итого за 1 семестр	36	36		36		

6. Образовательные технологии

Для достижения планируемых результатов освоения дисциплины, используются различные образовательные технологии:

традиционные лекции и практические (семинарские) занятия с использованием современных интерактивных технологий;

лекция-диалог – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции;

доклад (реферат) – студент готовит краткое сообщение по вопросу темы, оформляет работу в соответствии с требованиями и сдает ее преподавателю

онлайн-занятие – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника

видеоконференция – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

Технология электронного обучения - реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ (при использовании ресурсов ЭБС), в ходе проведения автоматизированного тестирования и т. д.

7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

Самостоятельная работа включает:

- работы студентов с лекционными материалами, поиска и анализа литературы и электронных источников информации по заданной теме;
- подготовки к промежуточным контрольным работам и к итоговым тестам;
- подготовки к экзамену.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические указания по проведению практических занятий

Практические занятия по дисциплине «Математика» проводятся в течение одного семестра по 2 часа в неделю.

В начале практического занятия следует обратить внимание на теоретические вопросы по теме занятия. Первоначально идет изложение теоретического материала темы занятия. Затем в ряде вопросов преподавателя следует сконцентрировать внимание на основных

идеях темы занятия. Вопросы должны включать в себя различные вариации элементарных ситуаций, отображающих основные идеи темы занятия в их взаимной взаимосвязи. Задаваемые вопросы-задачи должны быть короткими и максимально проявлять в студентах их сообразительность.

После предварительной части следует начинать решать задачи, имеющих более длинные сценарии взаимодействия основных идей темы занятия. При этом следует избегать трудоемких задач, включающих освоение незначительного числа приемов. В процессе решения задачи следует всегда увязывать шаги алгоритма решения задачи с теоретическими основами изучаемого алгоритма и добиваться понимания механизма действия изучаемого алгоритма.

Различают фронтальный, индивидуальный и комбинированный опрос.

Фронтальный опрос проводится в форме беседы преподавателя с группой.

Он органически сочетается с повторением пройденного, являясь средством для закрепления знаний и умений. Его достоинство в том, что на активную умственную работу можно вовлечь всех студентов группы. Для этого вопросы должны допускать краткую форму ответа, быть лаконичными, логически взаимосвязанными друг с другом. С помощью фронтального опроса преподаватель имеет возможность проверить выполнение студентами домашнего задания, выяснить готовность группы к изучению нового материала.

Индивидуальный опрос предполагает обстоятельные, связные ответы студентов на вопрос, относящийся к изучаемому учебному материалу, поэтому он служит важным учебным средством развития речи, памяти, мышления студентов. Чтобы сделать такую проверку более глубокой, необходимо ставить перед студентами вопросы, требующие развернутого ответа.

Вопросы для индивидуального опроса должны быть четкими, ясными, конкретными, емкими, иметь прикладной характер, охватывать основной, ранее пройденный материал программы. Их содержание должно стимулировать студентов логически мыслить, сравнивать, анализировать, доказывать, подбирать убедительные примеры, устанавливать причинно-следственные связи, делать обоснованные выводы и этим способствовать объективному выявлению знаний студентов.

Вопросы обычно задают всей группе и после небольшой паузы, необходимой для того, чтобы студенты поняли его и приготовились к ответу, вызывают для ответа конкретного студента.

Письменная проверка наряду с устной является важнейшим методом контроля знаний, умений и навыков студентов. Однородность работ, выполняемых студентами, позволяет предъявлять ко всем одинаковые требования, попытаться объективности оценки результатов обучения. Применение этого метода дает возможность в наиболее короткий срок одновременно проверить усвоение учебного материала всеми студентами группы, определить направления для индивидуальной работы с каждым.

Письменная проверка используется во всех видах контроля и осуществляется как в аудиторной, так и во внеаудиторной работе (выполнение домашних заданий).

Компьютерное тестирование позволяет осуществлять итоговый контроль знаний студентов. Тестовый материал включает в себя содержание вопросов по каждому из обозначенных программой разделов.

Каждый вопрос предполагает несколько вариантов ответов, среди которых имеются

абсолютно неверный, правильный и в большей или меньшей степени раскрывающий сущность вопроса. В процессе компьютерного тестирования задача студентов определяется как выбор правильного ответа из многообразия вариантов. В тестовых заданиях есть вопросы на соответствие. В процессе компьютерного тестирования, задача студента определяется как выбор правильного ответа из многообразия вариантов.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Общим средством контроля является введенная в университете балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов специалитета и направлений бакалавриата.

Критерии формирования оценок.

Выполнение заданий на практических занятиях – 8 баллов

Критерии оценки:

8 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, приходит к самостоятельным аргументированным выводам.

6-7 баллов – студент дает полное развернутое решение выполняемого задания, демонстрирует знание основных формул по изучаемой теме, но допускает ошибки вычислительного характера.

5-4 баллов – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности, знает различные точки зрения по обсуждаемой проблеме, но возникают трудности с их анализом, умеет излагать собственную позицию, но не все выводы носят доказательный характер.

3-2 балла – студент дает развернутое решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент неполно владеет теоретическим материалом, допускает отдельные неточности.

1 балл – студент дает решение выполняемого задания после подсказки аудитории, студент плохо владеет теоретическим материалом, допускает много неточностей.

0 баллов – студент отказывается выходить к доске

Выполнение домашних заданий – 4 балла

Домашняя (внеаудиторная) подготовка включает в себя ответы на устные вопросы по пройденному теоретическому материалу и выполнение практических заданий. Оценивается до 3 баллов.

Критерии оценки домашней (внеаудиторной) подготовки.

4 балла – ответ отличается последовательностью, логикой изложения, легко воспринимается аудиторией, при ответе на вопрос отвечающий демонстрирует глубину владения представленным материалом, ответы формулируются аргументировано, обосновывается решение задачи. Студент в полном объеме выполнил домашнее задание.

3 балла – устный ответ отличается последовательностью, логикой изложения, но обоснование сделанных выводов не достаточно аргументировано, неполно раскрыто содержание проблемы, решение задачи неполное.

2 балла – отвечающий передает содержание проблемы, но не демонстрирует знание точных формулировок, выступление воспринимается аудиторией сложно, ответы на вопросы поверхностные, либо вызывают затруднение, нет решения задач.

1 балл – отвечающий не передает содержание проблемы, не демонстрирует знание точных формулировок, выступление воспринимается аудиторией сложно, ответы на вопросы поверхностные, либо вызывают затруднение, нет решения задач.

0 баллов – студент не выполнил домашнее задание.

Выполнение самостоятельных работ - 8 баллов

Самостоятельная работа как вид деятельности студента очень многогранна. В качестве форм работы для изучения курса «Математика» предлагаются следующие ее разновидности:

- работа с учебной и научной литературой;
- выполнение аудиторной, рубежной контрольной работы;
- подготовка к тестированию.

Целью самостоятельной работы для студентов является более глубокое знакомство с ключевыми теоретическими вопросами, изучаемыми на лекциях.

Задачи самостоятельной работы:

- обретение навыков самостоятельной научно-исследовательской работы на основе анализа текстов источников и применения различных методов исследования;
- выработка умения самостоятельно и критически подходить к изучаемому материалу;
- формирование профессиональной компетенции курса.

Форма контроля	Мин. кол-во баллов	Макс. кол-во баллов
Текущая оценка студента в течение 1-9 недели состоит из:	0	25
• <i>Выполнения заданий на практических занятиях</i>		10
• <i>Выполнения домашних заданий</i>		5
• <i>Самостоятельных работ</i>		10
1-я рубежная письменная контрольная работа (9неделя)	0	25
Итого за первый модуль	0	50
Текущая оценка студента в течение 10-17 недели состоит из:	0	25
• <i>Выполнения заданий на практических занятиях</i>		10
• <i>Выполнения домашних заданий</i>		5
• <i>Самостоятельных работ</i>		10
2-я рубежная письменная контрольная работа (18 неделя)	0	25
Итого за второй модуль	0	50
Итого за семестр	0	100

Методика формирования результирующей оценки

В ходе текущего контроля студенты могут набрать 0-100 баллов:

1-я рубежная аттестация - максимально 50 баллов; из них:

От 0 до 30 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ (P_1);

От 0 до 20 баллов – текущая работа студента (T_1)

2-я рубежная аттестация – максимально 50 баллов; из них:

От 0 до 30 баллов – тестирование в центре тестирования СОГУ (P_2);

От 0 до 20 баллов – текущая работа студента (T_2)

За устный ответ на экзамене студент получает 0-60 баллов.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 56-100 баллов автоматически получают «Экзамен».

Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле .

$$(T_1 + T_2) + 0,5 \cdot (P_1 + P_2 + \Xi)$$

<i>Характеристика ответа на экзамене</i>	<i>баллы</i>
Студент показал исчерпывающие глубокие знания всего материала программы, полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. При этом должны быть получены логически последовательные, содержательные, полные, правильные и конкретные ответы на все вопросы экзаменационного билета	56-60
Даны последовательные, правильные, конкретные ответы на поставленные вопросы. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	51-55
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	46-50
Студент показал недостаточно полное знание и понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений отдельных вопросов программного материала. В основном правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на поставленные вопросы; при ответах на отдельные вопросы имеют место незначительные неточности в раскрытии рассматриваемых процессов и явлений.	41-45
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	36-40
Дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания студентом их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	31-35

Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.	21-25
Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины.	0

Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровень сформированности компетенций (ПК-2)			
<i>«Минимальный уровень» (менее 56 баллов) Компетенции не сформированы.</i>	<i>«Минимальный уровень»(56-70 баллов) Компетенции сформированы.</i>	<i>«Средний уровень»(71-85 баллов) Компетенции сформированы.</i>	<i>«Высокий уровень»(86-100 баллов) Компетенции сформированы.</i>
Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
<i>Обучающийся демонстрирует:</i> существенные пробелы в знаниях учебного материала; допускаются принципиальные	<i>Обучающийся демонстрирует:</i> знания теоретического материала; неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе,	<i>Обучающийся демонстрирует:</i> знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала;	<i>Обучающийся демонстрирует:</i> : глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала;

<p>ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;</p> <p>непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета;</p> <p>отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;</p> <p>отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.</p>	<p>недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов;</p> <p>неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.</p>	<p>твердые знания теоретического материала.</p> <p>способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;</p> <p>правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;</p> <p>умение решать практические задания, которые следует выполнить;</p> <p>владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам.</p> <p>возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в ответах на вопросы</p>	<p>полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий;</p> <p>способность устанавливать и объяснять связь практики и теории;</p> <p>логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора;</p> <p>умение решать практические задания;</p> <p>свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</p>
Оценка «неудовлетворительно» /незачтено	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «хорошо» / «зачтено»	Оценка «отлично» / «зачтено»

Вопросы к экзамену 1 семестр

1. Расстояние между двумя точками.
2. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи.
3. Угловой коэффициент прямой.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Общее уравнение прямой.
6. Угол между двумя прямыми.
7. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
8. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
9. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
10. Векторы на плоскости и в пространстве
11. Длина и направление вектора.
12. Проекция вектора на ось.
13. Разложение вектора по базису.
14. Скалярное произведение векторов.
15. Основные сведения о матрицах.
16. Операции над матрицами.
17. Определители квадратных матриц.
18. Свойства определителей.
19. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
20. Общее уравнение плоскости. Частные случаи расположения плоскости в координатном пространстве.
21. Понятие множества.
22. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. .
23. Понятие функции. Способы задания функции.
24. Понятие неявной, обратной и сложной функций.
25. Предел числовой последовательности.
26. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы.
27. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины.
28. Основные теоремы о пределах.
29. Два замечательных предела.
30. Непрерывность функции. Некоторые свойства непрерывных функций.
31. Точки разрыва функции.
32. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.
33. Задача о касательной. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования.
34. Производная неявной, обратной и сложной функций.
35. Правило Лопиталя.
36. Условие постоянства, возрастания и убывания функции.
37. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
38. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
39. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
40. Дифференциал функции
41. Первообразная функции. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
42. Методы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций
43. Основы комбинаторики - перестановки, размещения, сочетания. Основные формулы
44. Определение вероятности, свойства. Основные формулы.

Примерные задания для контрольных работ

Уравнение линии на плоскости

Пример. Найти уравнение прямой, проходящей через точки A(1, 2) и B(3, 4).

Применяя формулу $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$, получаем:

$$y-2 = \frac{4-2}{3-1}(x-1)$$

$$y-2 = x-1$$

$$x-y+1=0$$

Пример. Задано общее уравнение прямой $x-y+1=0$. Найти уравнение этой прямой в отрезках.

$$C = 1 - \frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1, \quad a = -1, \quad b = 1.$$

Пример. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(-2, -3) и начало координат.

Уравнение прямой имеет вид: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$, где $x_1 = y_1 = 0$; $x_2 = -2$; $y_2 = -3$.

$$\frac{x-0}{-2-0} = \frac{y-0}{-3-0}; \quad \frac{x}{-2} = \frac{y}{-3}; \quad 3x-2y=0.$$

Пример. Определить угол между прямыми: $y = -3x + 7$; $y = 2x + 1$.

$$k_1 = -3; \quad k_2 = 2 \quad \operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{2-(-3)}{1-(-3)2} \right| = 1; \quad \varphi = \pi/4$$

Пример. Даны вершины треугольника A(0; 1), B(6; 5), C(12; -1). Найти уравнение высоты, проведенной из вершины C.

Находим уравнение стороны AB: $\frac{x-0}{6-0} = \frac{y-1}{5-1}$; $\frac{x}{6} = \frac{y-1}{4}$; $4x = 6y - 6$;

$$2x - 3y + 3 = 0; \quad y = \frac{2}{3}x + 1.$$

Искомое уравнение высоты имеет вид: $Ax + By + C = 0$ или $y = kx + b$.

$k = -\frac{3}{2}$. Тогда $y = -\frac{3}{2}x + b$. Т.к. высота проходит через точку C, то ее

координаты удовлетворяют данному уравнению: $-1 = -\frac{3}{2}12 + b$, откуда $b = 17$.

$$\text{Итого: } y = -\frac{3}{2}x + 17.$$

$$\text{Ответ: } 3x + 2y - 34 = 0.$$

Для самостоятельного решения:

Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(5;1) под углом 45° к оси Oх.

Дана прямая $2x + 5y - 1 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(-1;3) перпендикулярно данной прямой

Даны вершины треугольника A(-1;3); B(3;-2) и C(5;3). Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC параллельно данной прямой.

Даны вершины треугольника: A(3;0), B(-5;6) и C(-4;1). Определить длину медианы, проведенной из вершины C.

Найти угловые коэффициенты прямых и определить, какие из данных прямых перпендикулярны прямой $2x - y + 3 = 0$ 1) $4x + 8y + 17 = 0$; 2) $4x - 8y - 11 = 0$; 3)

$$y = -\frac{1}{2}x + 6; 4) y = -2x - 7 5) \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1$$

Даны точки A(2;4) и B(-2;6). Найти сумму координат середины отрезка AB

Определители и матрицы

Пример. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ и число $\alpha = 2$.

Найти $A^T B + \alpha C$.

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 1 + 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix};$$

$$\alpha C = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad A^T B + \alpha C = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Пример. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 & 1 \cdot 4 & 1 \cdot 1 \\ 4 \cdot 2 & 4 \cdot 4 & 4 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 4 & 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 8 & 16 & 4 \\ 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$BA = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 3 = 2 + 16 + 3 = 21.$$

Пример. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (-2 \cdot 1 - 1 \cdot 3) - 2(0 \cdot 1 - 3 \cdot 3) + (0 \cdot 1 + 3 \cdot 2) =$$

$$= -5 + 18 + 6 = 19.$$

Для самостоятельного решения:.

Найти алгебраические дополнения элементов 3-го столбца матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислить определитель, разложив его по элементам 2-й строки

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Упростить и вычислить определитель

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

Найти матрицу $C=AB^T$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$,

Вычислить A^2 , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

Вычислить матрицу $D=ABC$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0 \ 5)$$

Упростить и вычислить определитель

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

Решение систем линейных уравнений

Пример. Найти решение системы уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5(4 - 9) + (2 - 12) - (3 - 8) = -25 - 10 + 5 = -30;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (28 - 48) - (42 - 32) = -20 - 10 = -30.$$

$$x_1 = \Delta_1 / \Delta = 1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix} = 5(28 - 48) - (16 - 56) = -100 + 40 = -60.$$

$$x_2 = \Delta_2 / \Delta = 2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 5(32 - 42) + (16 - 56) = -50 - 40 = -90.$$

$$x_3 = \Delta_3 / \Delta = 3.$$

Пример. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу системы.

$$\begin{matrix} A^* & & & & = \\ \left(\begin{array}{cccc} 2 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & 3 & -3 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{array} \right) & \sim & \left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \\ 7 & 1 & -1 & 10 \end{array} \right) & \sim & \left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 15 & -22 & 31 \end{array} \right) & \sim & \left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 5 & -7 & 11 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{array} \right) \end{matrix}$$

Таким образом, исходная система может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 5x_2 - 7x_3 = 11 \\ -x_3 = -2 \end{cases}, \text{ откуда получаем: } x_3 = 2; x_2 = 5; x_1 = 1.$$

Для самостоятельного решения:

Решить системы методом Гаусса и по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

Векторы

Пример. Найти $(5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.

$$10\vec{a} \cdot \vec{a} - 5\vec{a} \cdot \vec{b} + 6\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b} \cdot \vec{b} = 10|\vec{a}|^2 - 3|\vec{b}|^2 = 40 - 27 = 13,$$

$$\text{т.к. } \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 = 4, \quad \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2 = 9, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0.$$

Пример. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

$$\text{Т.е. } \vec{a} = (1, 2, 3), \quad \vec{b} = (6, 4, -2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 + 8 - 6 = 8:$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}; \quad |\vec{b}| = \sqrt{36+16+4} = \sqrt{56}.$$

$$\cos \varphi = \frac{8}{\sqrt{14}\sqrt{56}} = \frac{8}{2\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}; \quad \varphi = \arccos \frac{2}{7}.$$

Пример. Найти скалярное произведение векторов $2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c}$ и $5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge \vec{c} = \vec{b} \wedge \vec{c} = \frac{\pi}{3}$.

$$(2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c})(5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}) = 10\vec{a} \cdot \vec{a} + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 14\vec{a} \cdot \vec{c} + 15\vec{a} \cdot \vec{b} + 18\vec{b} \cdot \vec{b} + 21\vec{b} \cdot \vec{c} +$$

$$+ 20\vec{c} \cdot \vec{a} + 24\vec{b} \cdot \vec{c} + 28\vec{c} \cdot \vec{c} = 10\vec{a} \cdot \vec{a} + 27\vec{a} \cdot \vec{b} + 34\vec{a} \cdot \vec{c} + 45\vec{b} \cdot \vec{c} + 18\vec{b} \cdot \vec{b} + 28\vec{c} \cdot \vec{c} = 10 +$$

$$+ 27 + 51 + 135 + 72 + 252 = 547.$$

Для самостоятельного решения:

Найти длину вектора $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Даны векторы $\vec{a} = (-3; 4; 1)$ и $\vec{b} = (1; 1; 1)$. Найти скалярное произведение векторов

Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

Введение в анализ.

Найти область определения функции $y = \sqrt{4 - x^2}$:

Дана функция $f(x) = x^3 - 3x + 5$. Вычислить $f(-1)$:

Определить количество целых чисел, принадлежащих области определения

функции $f(x) = \frac{\sqrt{15 - x^2}}{x}$ равно:

Указать, какая из функций является четной:

$$y = \frac{\sin x}{x}$$

$$y = x + x^2$$

$$y = x - x^3 + x^5$$

нет правильного ответа

Дифференциальное исчисление. Производная

Пример. Найти производную функции $f(x) = (x^2 + 3x)^{x \cos x}$.

По полученной выше формуле получаем: $u = x^2 + 3x$; $v = x \cos x$;

Производные этих функций: $u' = 2x + 3$; $v' = \cos x - x \sin x$;

Окончательно:

$$f'(x) = x \cos x \cdot (x^2 + 3x)^{x \cos x - 1} \cdot (2x + 3) + (x^2 + 3x)^{x \cos x} (\cos x - x \sin x) \ln(x^2 + 3x)$$

Пример. Найти производную функции $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} - \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 x} = \frac{\sin x - \sin x + x \cos x}{\sin^2 x} = \\ &= \frac{x \cos x}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

Пример. Найти производную функции $y = x^2 e^{x^2} \ln x$

$$\begin{aligned} y' &= (x^2 e^{x^2})' \ln x + x^2 e^{x^2} \frac{1}{x} = (2x e^{x^2} + x^2 e^{x^2} 2x) \ln x + x e^{x^2} = 2x e^{x^2} (1 + x^2) \ln x + x e^{x^2} = \\ &= x e^{x^2} (1 + 2 \ln x + 2x^2 \ln x) \end{aligned}$$

Для самостоятельного решения

Найти производную: $y = \operatorname{ctg} \sqrt{x}$

Найти производную: $y = e^{\sqrt{x}}$

Найти производную: $y = 6^{7x}$

Найти производную: $y = \sin 2x \cdot \ln x$
а

Найти производную: $y = \ln \operatorname{ctg} x$

Найти производную: $y = \sin x \cdot e^x$

Найти производную: $y = (2x + 3)^3$

Найти производную: $y = e^{3-2x}$

Найти производную: $y = (\cos x)^{e^4}$.

Найти производную: $y = \arctg(\sqrt[4]{x+2})$.

Найти производную: $y = x \cdot 3^{3\cos^2 x}$.

Найти производную: $y = \frac{2 + \arcsin \cdot x^2}{\sqrt{1+x^3}}$.

Приложения производной

Пример: Найти предел по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$.

Как видно, при попытке непосредственного вычисления предела получается неопределенность вида $\frac{0}{0}$. Функции, входящие в числитель и знаменатель дроби удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x}; \quad g'(x) = e^x;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{2x + \frac{1}{x}}{e^x} = \frac{2+1}{e} = \frac{3}{e};$$

Пример: Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2\arctg x}{\frac{3}{e^x} - 1}$.

$$f'(x) = -\frac{2}{1+x^2}; \quad g'(x) = e^{\frac{3}{x}} \cdot \frac{-3}{x^2};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[-\frac{2x^2}{(1+x^2)e^{\frac{3}{x}}(-3)} \right] = \frac{-2}{(0+1) \cdot 1 \cdot (-3)} = \frac{2}{3}.$$

Если при решении примера после применения правила Лопиталя попытка вычислить предел опять приводит к неопределенности, то правило Лопиталя может быть применено второй раз, третий и т.д. пока не будет получен результат. Естественно, это возможно только в том случае, если вновь полученные функции в свою очередь удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

Для самостоятельного решения

Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x}$

Найти $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}$.

Пример. Найти асимптоты и построить график функции $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$.

1) Вертикальные асимптоты: $y \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow 0-0$: $y \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow 0+0$, следовательно, $x = 0$ -вертикальная асимптота.

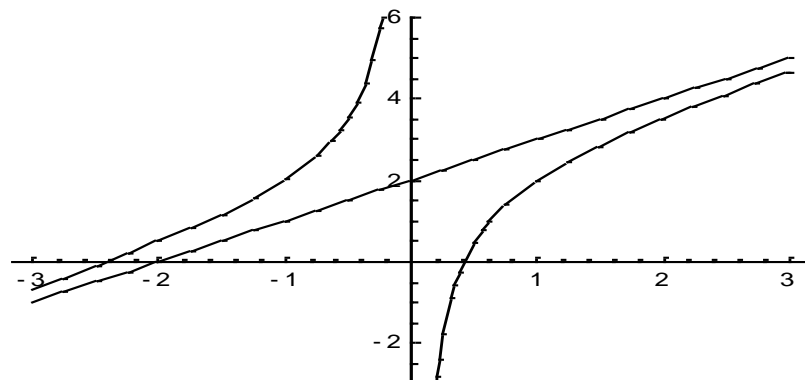
2) Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1 - x^2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} \right) = 2$$

Таким образом, прямая $y = x + 2$ является наклонной асимптотой.

Построим график функции:



Пример: Исследовать функцию $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ и построить ее график.

1. Областью определения функции являются все значения x , кроме $x = 0$.

2. Функция является функцией общего вида в смысле четности и нечетности.

3. Точки пересечения с координатными осями: с осью Ox : $y = 0$; $x = -\sqrt[3]{4}$

с осью Oy : $x = 0$; y – не существует.

4. Точка $x = 0$ является точкой разрыва $\lim_{x \rightarrow 0} y = \infty$, следовательно, прямая $x = 0$ является вертикальной асимптотой.

Наклонные асимптоты ищем в виде: $y = kx + b$.

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x^3} \right) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 4}{x^2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^3} = 0.$$

Наклонная асимптота $y = x$.

5. Находим точки экстремума функции.

$$y' = 1 - \frac{8}{x^3}; \quad y' = 0 \text{ при } x = 2, \quad y' = \infty \text{ при } x = 0.$$

$y' > 0$ при $x \in (-\infty, 0)$ – функция возрастает,

$y' < 0$ при $x \in (0, 2)$ – функция убывает,

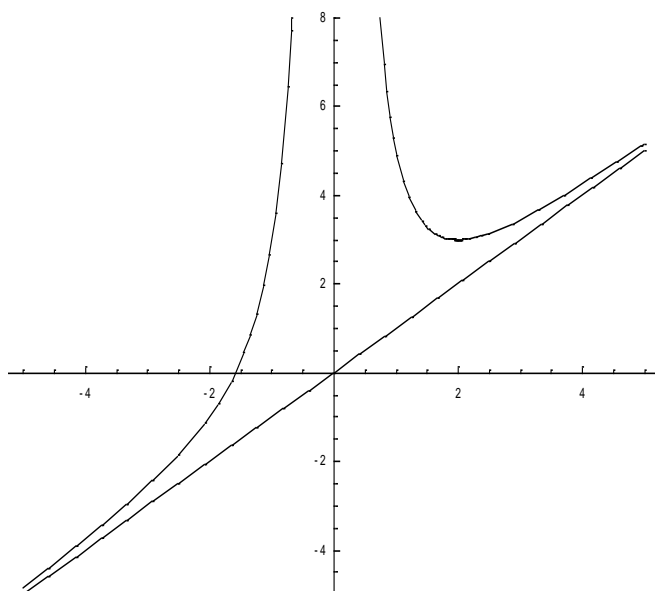
$y' > 0$ при $x \in (2, \infty)$ – функция возрастает.

Таким образом, точка $(2, 3)$ является точкой минимума.

Для определения характера выпуклости/вогнутости функции находим вторую производную.

$y'' = \frac{24}{x^4} > 0$ при любом $x \neq 0$, следовательно, функция, вогнутая на всей области определения.

6. Построим график функции.



Для самостоятельного решения

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x - x^2$ на отрезке $[-2; 1]$ равны

Найти точку минимума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 1$

Найти точку максимума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ является

Найти точку перегиба функции $y = x^3 - x^2 + 1$ является

Исследовать функцию. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$ и построить ее график.

Неопределенный интеграл.

Пример. Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Сделаем замену $t = \sin x$, $dt = \cos x dx$.

$$\int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sin^{3/2} x + C.$$

Пример. $\int x(x^2 + 1)^{3/2} dx$.

Замена $t = x^2 + 1$; $dt = 2x dx$; $dx = \frac{dt}{2x}$; Получаем:

$$\int t^{3/2} \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{3/2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} t^{5/2} + C = \frac{t^{5/2}}{5} + C = \frac{(x^2 + 1)^{5/2}}{5} + C;$$

$$\begin{aligned} \text{Пример. } \int x^2 \sin x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = x^2; \quad dv = \sin x dx; \\ du = 2x dx; \quad v = -\cos x \end{array} \right\} = -x^2 \cos x + \int \cos x \cdot 2x dx = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} u = x; \quad dv = \cos x dx; \\ du = dx; \quad v = \sin x \end{array} \right\} = -x^2 \cos x + 2 \left[x \sin x - \int \sin x dx \right] = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C. \end{aligned}$$

Пример.

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x + 8}} &= \int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x - 1 + 9}} = \{dx = d(x+1)\} = \int \frac{d(x+1)}{\sqrt{9 - (x+1)^2}} = \{x+1 = t\} = \\ &= \int \frac{dt}{\sqrt{9 - t^2}} = \arcsin \frac{t}{3} + C = \arcsin \frac{x+1}{3} + C. \end{aligned}$$

Пример.

$$\begin{aligned} \int \frac{5x-3}{x^2+6x-40} dx &= \int \frac{5x-3}{(x+3)^2-49} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x+3; \quad du = dx; \\ x = u-3; \end{array} \right\} = \int \frac{5u-15-3}{u^2-49} du = 5 \int \frac{udu}{u^2-49} - \\ &- 18 \int \frac{du}{u^2-49} = \frac{5}{2} \ln|u^2-49| - \frac{18}{14} \ln \left| \frac{u-7}{u+7} \right| + C = \frac{5}{2} \ln|x^2+6x-40| - \frac{9}{7} \ln \left| \frac{x-4}{x+10} \right| + C. \end{aligned}$$

Пример.

$$\int \sin 7x \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 5x dx - \frac{1}{2} \int \cos 9x dx = \frac{1}{10} \sin 5x - \frac{1}{18} \sin 9x + C.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{4dx}{\sin^2 2x} = \left\{ \frac{d \operatorname{ctg} 2x}{dx} = \frac{-2}{\sin^2 x} \right\} = -2 \operatorname{ctg} 2x + C$$

Для самостоятельного решения

Найти интегралы:

$$\int \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx.$$

$$\int x^2 \arctg x dx.$$

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x} dx. \quad \int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

$$\int \frac{5x^4 - x^3 + 4x^2 + 8}{x^3 - 8} dx. \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x - 1}}.$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^6 x} dx. \quad \int \frac{\sin^3 x}{4 + \cos x} dx.$$

$$\int \sin^2 x \cos^4 x dx. \quad \int \cos^2 x \sin^3 x dx.$$

Для самостоятельной работы

1. В шахматном кружке занимаются 16 человек. Сколькими способами тренер может выбрать из них для предстоящего турнира команду из 4 человек?
2. Бригада, занимающаяся ремонтом школы, состоит из 12 маляров и 5 плотников. Из них для ремонта спортзала надо выделить 4 маляров и 2 плотников. Сколькими способами можно это сделать?
3. Сколькими способами из класса, где учатся 24 учащихся можно выбрать: а) двух дежурных; б) старосту и его помощника?

Примеры тестовых заданий

Первая рубежная аттестация

Количество вопросов в одном тесте: 5

Время, отведенное на тестирование: 25 мин.

Баллы на один вопрос: 5

БЛОК №1.

Выберите правильное утверждение:

Определитель матрицы поменяет знак на противоположный, если к элементам какого-либо ряда определителя прибавить элементы параллельного ряда, умноженные на одно и то же число;

Определитель матрицы не изменится, если к элементам какого-либо ряда определителя прибавить элементы параллельного ряда, умноженные на одно и то же число;

Определитель матрицы будет равен нулю, если к элементам какого-либо ряда определителя прибавить элементы параллельного ряда, умноженные на одно и то же число.

Заполните пропуск:

...называется геометрическое место точек плоскости, расстояние каждой из которых до данной точки, называемой фокусом, равно расстоянию до данной прямой, называемой директрисой.

Гиперболой

Параболой

Эллипсом

БЛОК №2

К какому типу относится данное уравнение прямой на плоскости: $\frac{x}{3} + \frac{5y}{4} = 1$

Уравнение прямой, параллельной оси Ох.

Общее уравнение прямой

Уравнение прямой в отрезках на осях

Даны точки $A(3;5)$ и $B(-3;3)$. Тогда сумма координат середины отрезка AB равны:

Ответ введите

Уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;-5)$ имеет вид:

- $y + 3 = k(x + 5)$

- $y - 5 = k(x + 3)$

+ $y + 5 = k(x - 3)$

БЛОК №3

Сумма координаты центра окружности, заданной уравнением $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 36$ равна

Ответ введите

Большая полуось эллипса, заданной уравнением $x^2 + 4y^2 = 4$ равна

Ответ введите

Приведите уравнение эллипса $4x^2 + 3y^2 - 12 = 0$ к каноническому виду

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

$$\frac{4x^2}{3} + \frac{3y^2}{4} = 1$$

БЛОК №4

Укажите уравнение, определяющее параболу:

1) $4x^2 + 16y^2 = 16$ 2) $x = 4y^2$ 3) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$

1

2

3

Действительная полуось гиперболы, заданной уравнением $4x^2 - 9y^2 = 36$ равна

Ответ введите

Каноническое уравнение гиперболы с действительной полуосью равной 6 и мнимой полуосью равной 4 имеет вид:

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$$

Мнимая полуось гиперболы, заданной уравнением $4x^2 - 9y^2 = 36$ равна

Ответ введите

БЛОК №5

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Тогда элемент c_{23} матрицы $C = \frac{2}{3}A$ равен

Ответ введите

При каком значении α значение определителя $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ \alpha & 0 \end{vmatrix}$ равно -2

Ответ введите

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Тогда элемент a_{23} транспонированной матрицы A^T

равен

Ответ введите

Вторая рубежная аттестация

Количество вопросов в одном тесте: 8

Время, отведенное на тестирование: 25 мин.

Баллы на один вопрос:

Блок 1	Блок 2	Блок 3	Блок 4	Блок 5	Блок 6	Блок 7	Блок 8
3	3	3	3	4	3	3	3

БЛОК №1

Длина вектора $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ равна

Ответ введите

Квадрат длины вектора $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ равен

Ответ введите

БЛОК №2

Даны векторы $\vec{a} = (-3; 4; 1)$ и $\vec{b} = (1; 1; 1)$. Скалярное произведение векторов равно

Ответ введите

Даны векторы $\vec{a} = (-2; 3; 4)$ и $\vec{b} = (1; 1; 0)$. Скалярное произведение векторов равно

Ответ введите

БЛОК №3

Найти область определения функции $y = \sqrt{4 - x^2}$:

Ответ введите

$f(x) = x^3 - 2x + 3$. Вычислить $f(-2)$:

Ответ введите

Количество целых чисел, принадлежащих области определения функции

$f(x) = \frac{\sqrt{8 - x^2}}{x}$ равно:

Ответ введите

БЛОК №4

Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{5 - 2x - 2\sqrt{x^4 + 1}}$:

Ответ введите

Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{9x}$:

Ответ введите

БЛОК №5

Выберите правильное утверждение:

Если вектор \vec{a} перпендикулярен вектору \vec{b} , то скалярное произведение векторов равно единице.

Если вектор \vec{a} перпендикулярен вектору \vec{b} , то скалярное произведение векторов равно $\frac{\pi}{2}$.

Если вектор \vec{a} перпендикулярен вектору \vec{b} , то скалярное произведение векторов равно нулю.

Выберите правильное утверждение:

Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$ дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по независимой переменной, умноженной на производную промежуточного аргумента;

Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$ дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по промежуточному аргументу умноженной на производную промежуточного аргумента по независимой переменной;

Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$ дифференцируемые функции от своих аргументов, то производная сложной функции существует и равна производной данной функции по промежуточному аргументу умноженной на производную независимой переменной.

нет правильного ответа

Выберите правильное утверждение:

Если $f(x)$ непрерывна на $[a; b]$, то она ограничена на $[a; b]$;

Если $f(x)$ ограничена на $[a; b]$, то она непрерывна на $[a; b]$;

Если $f(x)$ непрерывна на (a, b) , то она ограничена на (a, b) .

нет правильного ответа

Какое утверждение верно:

Число А называется пределом функции в бесконечности, если бесконечно большой последовательности значений аргумента из области определения, соответствующая последовательность значений функций стремится к А.

Число А называется пределом функции в бесконечности, если для всех значений аргумента из области определения, последовательность значений функций стремится к числу А.

Число А называется пределом функции в бесконечности, если бесконечно большой последовательности значений функций, соответствующая последовательность значений аргумента стремится к А.

нет правильного ответа

Выберите правильное утверждение:

Если $f(x)$ непрерывна в точке $x_0 \in X$, то она дифференцируема в этой точке;
Если $f(x)$ дифференцируема в точке $x_0 \in X$, то она непрерывна в точке x_0 ;
Если $f(x)$ непрерывна в точке $x_0 \in X$, то она дифференцируема на множестве X .
нет правильного ответа

БЛОК №6

Найти производную: $y = \arctg 3x$

Ответ введите

Найти производную: $y = 3^{\ln x}$

Ответ введите

Найти производную: $y = e^{\sin x} \cdot x$

Ответ введите

Найти производную: $y = e^x \cdot \operatorname{tg} 2x$

Ответ введите

БЛОК №7

Наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x - x^2$ на отрезке $[-2; 1]$ равны

Ответ введите

Точкой минимума функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ является

Ответ введите

Точкой максимума функции $y = x^3 - 3x - 1$ является

Ответ введите

БЛОК №8

Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$.

Ответ введите

Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x}{2x^2 + 1} dx$.

Ответ введите

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) а) основная литература

1. Кремера Н.Ш., Высшая математика для экономистов, учебник под редакцией ЮНИТИ-ДАНА, 2014
2. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Основы математического анализа, учебник, СПб.: Лань, 2015// ЭБС "Лань" <https://e.lanbook.com/book/65055>

б) дополнительная литература

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. СПб. Лань, 2017// ЭБС "Лань" <https://e.lanbook.com/book/89934>
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, Часть 1., 2005 <https://obuchalka.org/20180627101468/osnovi-matematicheskogo-analiza-chast-1-ilin-v-a-poznyak-e-g-2005.html>
3. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие. СПб.: Лань, 2017// ЭБС "Лань" <https://e.lanbook.com/reader/book/149>

в) Интернет-ресурсы

Обеспечен доступ к современным профессиональным базам данных, информационным справочным и поисковым системам (библиотека СОГУ):

- ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» <http://elibrary.ru>.
- электронной библиотеке диссертаций РГБ, <https://dvs.rsl.ru>
- ЭБС "Университетская библиотека» ONLINE"; <https://biblioclub.ru>
- собственным библиографическим базам данных:
- электронному каталогу,
- электронной картотеке газетно-журнальных статей,

10. Материально-техническое оснащение дисциплины

Проведение занятий лекционного типа предполагается в учебной аудитории № 315 (учебный корпус №7 экономического факультета), в которой имеются: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска; учебно-наглядные пособия; мультимедийный комплекс (проектор, экран); ноутбук; колонки.

Проведение занятий семинарского типа предполагается в учебных аудиториях №315 и № 317 (учебный корпус №7 экономического факультета), в которых имеются: преподавательский стол; стул; столы обучающихся; стулья; кафедра; классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), ноутбук, колонки. Эти же аудитории используются для выполнения курсовых работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости.

Проведении рубежного тестирования предполагается в компьютерном классе № 208 (учебный корпус №7 экономического факультета), в котором имеются: преподавательский стол, преподавательский стул, столы обучающихся, стулья, классная доска, мультимедийный комплекс (проектор, экран), колонки, ПК преподавателя, ПК для обучающихся.

Студенты, имеют доступ к учебным и научным фондам библиотеки СОГУ, а также к электронным библиотечным ресурсам. Читальный зал библиотеки оснащен столами, стульями, ПК для обучающихся.

Состав лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

№ п/п	Наименование	№ договора (лицензия)
	Windows 7 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.
	Windows 8.1 Professional	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г
	Office Standard 2016	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016 г.
	Office Standard 2010	№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г
	Антивирусное программное обеспечение KasperskyTotalSecurity	№17Е0-180222-130819-587-185 от 26.02.2018 до 14.03.2019 г
	Программа для ЭВМ «Банк вопросов для контроля знаний»	Разработка СОГУ Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015611829 от 06.02.2015 г. (бессрочно)
	Система тестирования	№468 от 03.12.2013 ИП Сунгатулин

	SunravWEBClass	Р.Т.(бессрочно)
	КонсультантПлюс	№430-2017/614 от 11.01.2017 г. ООО «Фаст-Информ» (бессрочно)
	Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат.ВУЗ»	№676 от 27.12.2017, действителен до 31.12.2018, №795 от 26.12.2018, действителен до 31.12.2019 с ЗАО «Анти-Плагат»