

**ФГБОУ ВО «Северо-Осетинский государственный университет имени  
Коста Левановича Хетагурова»**

**Факультет математики и информационных технологий**

**Программа и правила проведения вступительных испытаний по  
направлению подготовки магистра**

**01.04.01 «Алгебра»**

Утверждена на заседании совета  
факультета математики и информационных технологий,  
протокол №1 от 10.09.2019 г.

Председатель Совета,  
декан факультета  
математики и информационных технологий



*Сурьян*  
Р.Ч. Кулаев

## 1. Правила проведения вступительного испытания по математике

Вступительное испытание по математике представляет собой комплексный экзамен, который проводится в письменной форме по билетам за подписью декана факультета математики и информационных технологий. Билет состоит из двух вопросов из приведенной программы вступительных испытаний. Настоящая программа соответствует образовательным программам ФГОС.

### I. Математический анализ

1. Действительные числа. Точные границы числовых множеств. Принцип вложенных отрезков.
2. Предел последовательности. Критерий Коши. Последовательности и частичные пределы. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Нижний и верхний предел.
3. Предел и непрерывность функции. Критерий Коши. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Классификация точек разрыва.
4. Теорема Вейерштрасса о точных границах. Теорема Больцано - Коши о промежуточных значениях. Теорема Кантора о равномерной непрерывности. Непрерывность обратной функции.
5. Производная и дифференциал. Правила вычисления производных и дифференциалов (суммы, произведения, частного, сложной функции, обратной функции). Производные и дифференциалы высших порядков.
6. Локальный экстремум функции. Теорема Ферма. Теорема Роля, Лагранжа и Коши. Условия монотонности. Достаточные условия экстремума.
7. Критерий выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты. Правило Лопиталя.
8. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Формула Лагранжа и Коши для остаточного члена. Локальная формула Тейлора (остаток в форме Пеано).
9. Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование по частям и замена переменной.
10. Интеграл Римана и его простейшие свойства. Признаки интегрируемости и классы интегрируемых функций. Формулы Ньютона-Лейбница. Теоремы о среднем. Геометрические и механические приложения.
11. Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Котти. Признак Вейерштрасса сходимости несобственного интеграла. Условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле.
12. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Теорема Котти о промежуточных значениях. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции нескольких переменных.
13. Частные производные, производная по направлению и дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Многомерная формула Тейлора.

### Литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления т. 1-т3.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 1,2.

## **II. Комплексный анализ**

1. Комплексное дифференцирование. Условие Коши-Римана. Геометрический смысл производной.
2. Комплексное интегрирование. Теорема Коши.
3. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Принцип максимума модуля. Теорема Морера.
4. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Теорема единственности аналитической функции. Теорема Лиувилля.
5. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Элементы теории вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше.
6. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Точки ветвления и римановы поверхности.
7. Принцип аналитического продолжения. Теорема Римана.
8. Целые и мероморфные функции. Порядок и тип целой функции. Теорема Митагг - Леффлера.

### Литература:

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитической функции.
2. Шабат В.В. Введение в комплексный анализ.

## **III. Функциональный анализ**

1. Метрические пространства, полнота. Теорема о вложенных шарах и категории. Теорема Бэра. Теорема о пополнении метрического пространства. Принцип сжимающихся отображений. Компактность.
2. Нормированные пространства и банаховы пространства. Пространство последовательностей, пространство непрерывных функций, Лебеговы пространства (полнота, общий вид ограниченного функционала). Пространство Соболева.
3. Гильбертовы пространства. Ортогонализация Гильберта-Шмидта. Теорема об ортогональном проектировании. Теорема Рисса об общем виде ограниченного функционала в гильбертовом пространстве. Теоремы Рисса-Шифера об изоморфизме. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
4. Линейные операторы и функционалы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность, норма оператора. Пространство линейных ограниченных операторов. Обратный оператор. Ряд Неймана. Теорема Банаха об обратном операторе. Теоремы об открытом отображении и замкнутом графике. Теорема Банаха-Штейнгауза.
5. Теорема Хана - Банаха. Теоремы отделимости. Сопряженное пространство и сопряженный оператор. Слабая сходимость. Сопряженные, унитарные и

нормальные операторы.

6. Компактные множества в нормированных пространствах. Критерий компактности. Компактные операторы (общие свойства, примеры).

#### Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа.
3. Канторович В.Л., Акилов Г.П. Функциональный анализ.
4. Треногин Х.Х., Функциональный анализ.

### IV. Алгебра

1. Комплексные числа. Тригонометрическая форма записи. Геометрическая интерпретация. Формула Муавра. Корни из 1.
2. Определители и их свойства. Минор и алгебраическое дополнение минора. Теорема Лапласа. Формулы Крамера.
3. Линейные пространства, примеры. Базис и размерность пространства. Преобразование координат вектора при замене базиса. Подпространство, прямое дополнение, фактор-пространство.
4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен.
5. Теорема о ранге матрицы. Критерий совместимости системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Однородные системы (пространство решений, фундаментальная система решений). Общее решение системы линейных уравнений.
6. Примеры групп. Подгруппа. Группа перестановок.
7. Фактор группа.
8. Гомоморфизмы. Теорема о гомоморфизме.
9. Полная линейная группа.
10. Центр группы. Коммутант.
11. Действие группы на множестве.
12. Циклические группы.
13. Кольцо. Примеры колец. Кольцо вычетов.
14. Поле. Примеры полей. Поле комплексных чисел.

#### Литература:

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.
2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры.
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.

#### Литература:

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных диф. уравнений.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные диф. уравнения.
3. Арнольд В.И. Обыкновенные диф. уравнения.