МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «СЕВЕРО-ОСЕТИНСКИЙ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ

КОСТА ЛЕВАНОВИЧА ХЕТАГУРОВА»

Психолого-педагогический факультет

Кафедра начального и дошкольного образования

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

***Формирование математической культуры младших школьников в процессе решения задач повышенной сложности***

**Исполнитель:**

студент 5-го курса

заочной формы обучения

направление подготовки

«Педагогическое образование»

профиль «Начальное образование»

Фидаров Сосланбек Витальевич \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Научный руководитель:**

к.п.н., доц., Баскаева Ж.Х. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**«Допущена к защите» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ к.п.н., доц. Ж.Х. Баскаева

Владикавказ 2018

**СОДЕРЖАНИЕ**

Введение…………………………………………………………………3

Глава 1. Теоретические основы формирования математической культуры младших школьников……............................................................7

1.1. Математическая культура: сущность, структура и содержание…...................................................................................................7

1.2. Место и роль задач в формировании математической культуры младших школьников…………………………………………………………21

Глава 2.Опытно-экспериментальное исследование по формированию математической культуры младших школьников………………………….35

2.1. Организация работы по формированию математической культуры младших школьников…………………………………………………………35

2.2. Результаты экспериментального исследования………………….56

Заключение………………………………………………………………68

Список использованной литературы…………………………………71

**ВВЕДЕНИЕ**

Начальная школа это – звено, которое должно обеспечить всестороннее развитие личности младшего школьника, его социализацию, формирование элементарной культуры поведения, развитие интеллекта.

Во второй половине ушедшего века наблюдались многочисленные попытки отойти от сложившихся традиционных подходов в образовании и поисками наиболее эффективных.  Одной из основных задач федеральных государственных образовательных стандартов (далее ФГОС) второго поколения. является - обеспечить качество начального образования. Новая парадигма образования в РФ характеризуется личностной ориентацией, идеей развивающего обучения, созданием условий для самоорганизации и саморазвития личности, субъектностью образования и т.д. Иными словами, современная система образования нацелена на развитие личности ребенка, на конструирование содержания, форм и методов обучения и воспитания, обеспечивающих развитие каждого ученика, его познавательных способностей и личностных качеств. Одним из условий решения современных задач образования является формирование ключевых образовательных компетенций учащихся.  (Под ключевыми компетенциями понимается целостная система универсальных знаний, умений, навыков, а также опыт самостоятельной деятельности и личной ответственности обучающихся.) Большая роль при этом отводится математике.

Отметим, что приобщение школьников к математической культуре является задачей не только обучения математике. Овладение элементами математической культуры – важный результат образования в целом. Это связано с тем, что личностные качества, знания, умения, опыт, приобретаемые учеником в процессе овладения математической культурой влияют на его жизнь, успешное образование и дальнейшую судьбу.  
Чем особенна математика? Зачем ее надо изучать?  
Математика отличается от других наук всеобщностью, абстрактностью объектов, тем, что сама является языком (для описания конкретных ситуаций, возникающих в других науках и в практической деятельности людей); обладает методами, в том числе математического моделирования, широко применяемыми для развития многих наук и решения практических вопросов.

  Математическая культура является составной частью общей культуры личности.  Ее, как и культуру вообще, воспитывают с раннего возраста и на протяжении всей жизни человека. Известно, что роль математики в социально-экономическом развитии, особенно в условиях становления общества знаний и экономики инновационного типа, существенно возрастает. Поэтому задача формирования математической культуры личности была, есть и будет актуальной как в России, так и за рубежом.

Формируя математическую культуру обучаемого, педагог формирует  его мировоззрение. Перед учителем остро стоит проблема необходимости использования таких моделей обучения предмету, которые позволят учащемуся получить систему знаний соответствующую современным Российским и международным требованиям.

***Актуальность исследования*** вызвана реформированием образования на основе взаимодействия рационально-когнитивной и культурообразующей тенденций новой образовательной парадигмы. В настоящее время проблема формирования культуры вообще, и математической, в частности, является одной из первостепенных задач дидактики, однако остается мало изученной, в то время как воспитание и образование являются существенной прогностической частью культуры.

Выявленные противоречия между:

- требованиями ФГОС, предполагающими высокую степень готовности учащегося к саморазвитию, самообразованию и недостаточной разработанностью данной проблемы в педагогике;

- необходимостью и потребностью формирования математической культуры младших школьников и отсутствием научно-методического обеспечения для решения этой проблемы определили выбор темы исследования: «*Формирование математической культуры младших школьников в процессе решения задач повышенной сложности».*

С учетом выявленных противоречий была сформулирована ***проблема исследования:***  каковы теоретико-методологические, содержательные и методические основы формирования математической культуры младшего школьника в процессе решения задач повышенной сложности?

***Цель исследования***: выявить, раскрыть и обосновать теоретико-методологические, содержательные и методические основы формирования математической культуры младшего школьника в процессе решения задач повышенной сложности.

***Объект исследования***: процесс обучения математике младших школьников.

***Предмет исследования***: формирование математической культуры младших школьников в процессе решения задач повышенной сложности.

***Гипотеза исследования*:** Формирование математической культуры младших школьников в процессе решения задач повышенной сложности будет протекать наиболее эффективно, если:

- учитываются индивидуальные особенности младших школьников;

- разработана система задач с учетом степени сложности.

В соответствии с проблемой, целью, объектом предметом и гипотезой были определены следующие ***задачи***:

- раскрыть сущность, содержание и структуру понятия «математическая культуры» младшего школьника;

- проанализировать научную и методическую литературу, описывающую опыт формирования математической культуры младшего школьника;

- на основе проведенного анализа выявить теоретико-методологические, содержательные и методические основы формирования математической культуры младшего школьника в процессе решения задач;

- разработать комплекс задач, способствующий формированию математической культуры младшего школьника в процессе решения задач повышенной сложности;

- проверить на практике эффективность разработанного комплекса задач, способствующего формированию математической культуры младшего школьника в процессе решения задач повышенной сложности.

-провести педагогический эксперимент и обработать его результаты средствами математической статистики.

В качестве экспериментальной базы для проведения опытно-экспериментальной работы по теме выпускной квалификационной работы были выбраны 4 «а» и 4 «б» классыМБОУ СОШ № 47, г. Владикавказа.

Исследование проводилось в 2017 - 2018 уч.г. в несколько этапов. На первом этапе (сентябрь 2017г.) осуществлялся анализ общей и специальной литературы с целью выявления и теоретического обоснования теоретических основ формирования математической культуры младших школьников в процессе решения задач.

На втором этапе (2017г. сентябрь-октябрь) уточнялись объект, предмет, цель, задачи исследования, формулировалась гипотеза; разрабатывался комплекс заданий; определялся план обучающего эксперимента.

На третьем этапе (2017 г.ноябрь-декабрь) проводился обучающий эксперимент, изучались и обрабатывались его результаты, формулировались выводы исследования, оформлялся текст работы.

**Практическая значимость** определяется тем, что разработан комплекс задач повышенной сложности, направленный на развитие математической культуры младших школьников при решении задач повышенной сложности.

**Структура выпускной** квалификационной работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографии и приложений.

**Глава 1. Теоретические основы формирования математической культуры младших школьников**

* 1. **Математическая культура: сущность, структура и содержание**

Понятие математической культуры является изоморфным термину «культура». Это понятия одинаково устроенные, со связями единой природы между своими элементами. В связи с этим рассмотрим в первую очередь исходный, родовой для термина «математическая культура» термин «культура» для того, чтобы установить его видовые отличия.

Исследовав и проанализировав психолого-педагогическую и философскую литературу, можно заключить, что на данный момент имеется свыше 500 дефиниций рассматриваемого понятия. «Культура» является одним из наиболее сложных понятия, применяемых в сфере науки и практики. Частично это обусловлено тем, что у него сложная и запутанная языковая история, частично тем, что его применяют, обозначая весьма сложные понятия в разных сферах науки и самых многообразных системах мысли.

«Культура» – слово латинского происхождения, образованное от глагола colo, colere. Это слово обладает широким спектром значений. Можно выделить 3 главные группы смыслов: 1) заниматься обработкой, возделыванием; 2) выращивать; 3) проживать, населять. Форма colere в латинском языке возводится лингвистами к индоевропейскому kuel, которое в переводе означает: двигаться, вращаться. От корня kuel- произошло старославянское слово «коло» – колесо, круг, горизонт; и древнерусское «коло» с аналогичными значениями (а кроме того, – телега, повозка). [37].

В латинском языке развитие получил именно этот, связанный с человеком, круг значений-смыслов. По словам Ю.С.Степанова, предмет заботы [человека] был не представлен самим местом, землей, но и божеством, охранявшим его, и этот факт привел к развитию особого значения – почитать, ублажать бога (отсюда cultus – попечение, забота о божестве – культ). Но и бог проявляет заботу о людях, которые живут на данной земле, и возникает второе значение латинского слова «культ», но с субъектом «бог» – покровительствовать, хранить (ccultus – попечение о человеке). [37] Сравните с русским – «Да хранит тебя Бог!» Таким образом, к трем первоначальным группам смыслов (обрабатывать, взращивать, населять) присоединилась еще одна сфера значений, которую можно назвать культовой.

Указанные выше значения представляют древний комплекс латинского понятия cultura. Это понятие вобрало в себя три стороны одного значения: обустройство места, в котором проживает человек (в первую очередь речь идет об обработке земли, уходе за ней); почитание божеств, охраняющих это место; сбережение божествами людей, проживающих на этой земле.[37].

Слово cultura употреблялось в латинском языке и до Цицерона. Римляне употребляли слово «культура» с каким-нибудь объектом в родительном падеже. Т.е. только в словосочетаниях, означающих совершенствование, улучшение того, с чем оно сочеталось, преимущественно применительно к естественным процессам (возделывание земли, уход за ней; выращивание животных растений). Цицерон же использует данное наименование как метафору, философско-риторический троп: cultura animi. Так создается образ «возделывания души». После Цицерона в аналогичном значении данный оборот использовался и другими латинскими авторами.

Понятие «культура» впервые было отражено в издании «Карманный словарь иностранных слов», который составил Н.Кириллов в 1845 году. Однако оно не было особо распространенным, оно не встречалось даже у таких писателей, как Чернышевский, Писарев, Добролюбов. В 1853 году И.Покровский, автор «Памятного листка ошибок в русском языке», увидевшего свет в «Москвитянине», назвал это понятие ненужным. Однако в 1860-е годы оно вошло в состав словарей русского языка, а в 1880-х стало широко распространенным (и приобрело при этом, то же богатство значений, что и в западноевропейских языках).

Проанализировав литературу, можно сделать вывод, что понятие культуры в общефилософском контексте рассматривали в своих трудах О.В. Ханова, В.Б. Чурбанов, Э.В. Соколов, Ю.И. Ефимов, А.И. Громов, М.К. Мамардашвили, Э.С. Маркарян, Л.Н. Коган, М.С. Каган, В.С. Библер, М.М. Бахтин, А.И. Арнольдов, К.А. Абульханова-Славская и др.

Необходимо сказать о научном направлении, сторонники которого говорят о культуре как о проблеме изменения самого индивила, формирования его в качестве творческой личности (как указано в трудах В.Б. Чурбанова, И.А. Ильяевой, Э.В. Соколова, Л.Б. Сохоня, В.М. Межуева, А.Н. Леонтьева, Л.Н. Когана, Н.С. Злобина, Б.С. Библера, Е.М. Бабосова и др.). Этот подход предоставляет возможность исследовать проблему личностного становления, взаимодействия между культурой и творчеством, культурой и личностью и т.п.

В результате емкости и многозначности рассматриваемого понятия возникло множество его определений. В середине XX века А. Кребером и К. Клакхоном было собрано свыше 150 дефиниций, которые они разбили на 6 главных типов, которые представлены:

* генетическими (объясняют культуру с точки зрения ее происхождения)
* структурными (указывают на элементы культуры);
* психологическими (культура рассматривается или как научение, или как образование привычек, или с точки зрения адаптации);
* нормативными (определяют культуру или во взаимосвязи с образом жизни, или с системой ценностей);
* историческими (с акцентом на социальном наследии);
* описательными (с указанием элементов культуры) [22, с.18].

В.Г. Волковым выделяются в современных языках 4 главных элемента понятия «культура»:

- в качестве абстрактного значения общего процесса, подразумевающего эстетическое, духовное, интеллектуальное развитие;

- в качестве обозначения состояния социума, в основе которого лежат мягкость нравов, порядок, право; с этой позиции понятия культуры и цивилизации могут быть отождествлены;

- в качестве указания на специфику способа функционирования либо образа жизни, характерных определенному социуму, определенной группе индивидов, определенной исторической эпохе;

- в качестве абстрактного обозначения форм и плодов интеллектуальной деятельности, в первую очередь  театра, музыки, изобразительного искусства [9, с.15].

Указанные толкования рассматриваемого понятия находятся в тесной взаимосвязи, отчасти по смыслу, отчасти с точки зрения происхождения.

Определяя понятие культуры, можно прибегать к разным специфическим подходам: философско-антропологическому, философско-историческому (деятельностному), социологическому, гуманитарному, и т.д.

Несмотря на самые разнообразные проявления культуры в повседневности, некоторые ученые выделяют ряд положений, характерных для любой культуры. Л.Г.Ионин выделяет следующие общие суждения:

* культура – это то, чем человек отличается от животных;
* культура может существовать исключительно в рамках человеческого общества;
* ее наследуют не биологически, она порождается обучением;
* культура имеет прямую связь с идеями, которые присутствуют и передаются в форме символов.[22, с.36]

П.С.Гуревич говорит о том, что в большом количестве интерпретаций такой феномен, как культура, предстает в качестве исторически определенного уровня общественного развития, расцвета творческого потенциала и способностей индивида, находящего отражение в видах организации жизни и деятельности человечества [13, с.18].

Усвоение духовной культуры осуществляется посредством обучения. Психолог А.Н. Леонтьев считает, что если бы на Земле умерли все взрослые люди, то человеческий род не перестал бы существовать, но это привело бы к неизбежному прерыванию истории человечества. Культурная сокровищница продолжила бы свое физическое существование, но ее некому было бы, открыть новым поколениям… история перестала бы развиваться, если бы новым поколениям перестали активно передаваться достижения человеческой культуры [26, с.409-410].

Индивид – это в первую очередь носитель культуры, поэтому довольно интересной является вопрос развития математической культуры.

Приобщение индивида к культуре в целом и к математической в частности обладает многоаспектным характером и подразумевает необходимость получить знания и умения самообразовательной и познавательной деятельности; личностные ориентиры в духовной и материальной сфере и трансформация их в принцип поведения и взаимоотношений.

Начальной школе отводится очень большая роль в общей образовательной системе. Она является звеном, способствующим обеспечению целостного развития личности ребенка, его социализации, выработки элементарной культуры в деятельности и в поведении, формирования кругозора и культуры вообще. Именно такие требования содержат федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС). В требованиях описаны целевые установки, компетенции выпускников начальных школ, в основе которых лежат государственные, общественные, семейные, личностные потребности и возможности младших школьников, индивидуальные особенности их развития и физического состояния. Ключевым становится компетентностный подход, т.е. главным является личностный результат, а значит, понятие культуры рассматривается, прежде всего, как проявление человеческой субъективности и объективности: характер, компетентности, навыки, умения и знания.

Математическая культура является компонентом культуры в целом. Подобно любой системе такого характера, математической культуре свойственны собственные предпосылки появления, развития и перехода на новую ступень развития.

Термин «математическая культура» появился в 1920-30-е годы. Тогда многие авторы рассматривали ее в качестве системы знаний и навыков. В 40-50-е годы прошлого века вопрос привития математической культуры изучался в аспекте работ по теории пошаговой выработки умственных действий. Указанную проблему исследовали и математики, затрагивавшие ее математический аспект, так и педагоги, которые рассматривали ее с педагогической точки зрения. В середине 1950-х годов, когда произошла научно-техническая революция, появилась и распространилась компьютерная техника, в разные науки были внедрены математические методы исследования, стали активно обсуждаться вопросы понимания особенностей, свойственных математическим умениям и знаниям, математическому самообразованию, математическому языку. Осуществление информационно-компьютерной революции последних десятилетий XX века поспособствовало возрастанию исследовательского интереса к формированию понимания основополагающих элементов математической культуры в виде *математических знаний и умений, математического самообразования, математического языка.*

С середины 1980-х годов и по сей день вопрос развития математической культуры, в связи с активизировавшимися интеграцией и дифференциацией наук, обсуждается активнее, чем когда-либо раньше.

Дж. Икрамов говорит о математической культуре как о системе, включающей в себя математические навыки, умения и знания, органично входящие в фонд общей культуры школьников, и свободное их применение в практике [21, с.32]. В своем исследовании он вычленяет несколько новых элементов этой культуры в виде *математического мышления и математического языка*. Их вводят потому, что автор рассматривает математическую дисциплину в качестве объективной содержательной стороны знаний, знаковой формы их выражения, процедуры перехода от знаний к знакам и обратный процесс. Переход от содержания к знаковой системе рассматривается в качестве связи математической теории с имеющимся человеческим опытом. При рассмотрении любого явления реальности в развитии и статике можно сделать вывод, что динамика является процессом мышления, статика – языком, в котором происходит отражение достигнутого уровня мышления, соответствующего познаниям. Итак, в конце 1980-х годов математическая культура понимается уже не только в качестве знаний, умений, навыков и свободного их применения. В них включают новые элементы в виде математического мышления и математического языка.

За последние тридцать лет проблема развития математической культуры личности исследовалась многими учеными. Так, уже вышеупомянутый Дж. Икрамов подчеркивает, что уровень мышления школьников отражает уровень их математической культуры. [21, с.32].

В.Н. Худяков говорит о математической культуре как о важном компоненте общей культуры современных людей. По его утверждению, математическая культура произрастает из общего культурного уровня, представляющего собой материал и среду для формирования первой. Как считает В.Н. Худяков, в математическую культуру входит несколько элементов, представленных операционно-деятельностным, мотивационно-ценностным, когнитивным элементами, которым отводятся *рефлексивная, информационная, нормативная, проектировочная и гносеологическая функции.* [38, с.123].

З.С. Акманова определяет элементы математической культуры на основании того факта, что все наполнение культуры человека организовано организации самой личности, это единство внутреннего и внешнего. Основываясь на принципе единства индивида, культуры и деятельности, она определяет элементы, развитие которых отражает процесс и результаты развития математической культуры. Речь идет при этом о рефлексивном, операциональном, когнитивном, коммуникативном и ценностно-мотивационном компонентах. [1, с.38].

Е.Н. Рассоха рассматривает математическую культуру как комплекс ряда элементов, включающий в себя математическое самообразование и творческое саморазвитие, математический язык, математическое мышление, систему математических знаний и навыков [30, с.134-136].

С.А. Розанова показатели математической культуры делит на две группы. При этом первая группа представлена знаниями, умениями, навыками, формируемыми при помощи математики и важными в деятельности профессионального, общественно-политического, духовно-нравственного характера и повышающими степень интеллектуального развития. Вторая группа представлена параметрами, оказывающими прямое влияние на интеллектуальное развитие и опосредованное - на остальные параметры первой группы, представленные способностью к самообучению, мировоззрением, духовным и эстетическим развитием, математическим и профессиональным мышлением, качеством ума (речь идет о способности к логическим размышлениям, памяти, пространственной ориентации, речевом восприятии, речевой гибкости, счетной способности, скорости восприятия информации и принятия решения) [31, с.56].

О.В. Артебякина говорит о математической культуре, как о сложной структуре, появляющейся в качестве интегративного результата взаимодействия культур, отражающего разные стороны математического развития. Речь идет о языковой, самообразовательной и знаниевой культурах [3, с.54]. Знаниевой культурой предусматривается получение математических знаний и появление на их основе конкретных навыков. В самообразовательной культуре находит отражение уровень развития полученных математических знаний и навыков через самостоятельные занятия, без какой-либо помощи. Под языковой культурой подразумевается обучение математическому языку (языку знаков и символов), а значит и математической речи.

Г.М. Булдык вводит термин «математическая культура» и рассматривает его как сформированную структуру математических знаний и навыков и способности применять их в различных областях профессиональной деятельности согласно целям и задачам [8, с.86].

Чем же является *математическая культура* ученика?  
В литературе разграничивается математическая культура социума и индивида. В первую входят: 1) достижения математики как науки, 2) та их часть, которая является важной и которую люди все время применяют в любых областях деятельности. Математическая культура индивида представлена присвоенными им объектами математической культуры в целом. Не анализируя детально различные подходы к понятию математической культуры школьников (В.Г. Болтянский, М.М. Бунеев, Д. Икрамов, Т.Н. Миракова, Х.Ш. Шихалиев и др.), скажем, что В.И. Снегурова говорит о наличии в ней двух сторон: фактической и деятельностной, в которую входят общекультурные и внутрипредметные компоненты. Внутрипредметные компоненты представлены знаниями и умениями, требующимися для эффективного изучения этой науки в школе, а общекультурные – общими знаниями и умениями, важными для культуры и для осознанного изучения школьного курса математики.

На основе исследования В.И. Снегуровой, с учетом деятельностного характера культуры и ее ориентированности на личность школьника, а также, учитывая возрастные особенности, мы можем говорить о математической культуре учащегося младших классов как о деятельности, результаты которой представлены не только содержательным блоком (в виде осмысленных знаний и умений школьника), но и личностным (в виде развития школьника), которые рассматриваются в соответствии с духовной культурой, которая необходима социуму. Таким образом, мы склонны к выделению в математической культуре младших школьников культурологического, личностного, деятельностного, содержательного элементов. [36, с.76].

Рассматривая математическую культуру учащихся, мы говорим об их учебной деятельности, направленной на осознанное овладение знаниями и умениями в области математики, в том числе, носящими общекультурный характер; развивающей индивида (посредством развития учебно-познавательной мотивации, логического и образного мышления, опыта творческой, включая исследовательскую, деятельности); организованной, учитывая необходимую социуму культуру.

Математическая культура с позиций семиотики является   
«культурой грамматики». Прежде чем стать достоянием школьника, он должен осмыслить информацию, понять ее (герменевтическая концепция). Для этого необходимо осознание школьником ее важности и значимости (аксиологическая концепция), усвоение и правильное применение математического языка, его знаковой системы (семиотическая концепция). Базовые знаковые системы математического языка в школе представлены: естественным языком (совместно с научными понятиями), графическим языком (существующим в виде графических схем, чертежей), символическим языком (в виде логико-математических символов). Основываясь на предельной формальности математического языка и математических текстов, можно сказать развить математическую культуру невозможно, если не проводить специальную целенаправленную работу по восприятию учащимися предлагаемого материала. Провести проверку наличия математической культуры (как и любых других форм культуры) весьма затруднительно.

Приведем ряд характеристик, без которых ее существование не представляется возможным:

• учебно-познавательная мотивация;

• осознание изучаемого материала и способность использовать его в различных условиях;

• способность к целостному видению математических вопросов, к установлению различных связей, включая внутри и межпредметные связи;

• способность поставить и решить задачу, связанную с использованием математики;

* способность к планированию, абстрагированию, обобщению;

• способность к созданию и использованию математических моделей; к применению школьного математического языка, обоснованию своих мыслей и действий;

• способность увидеть красоту математики, способность к ее практическому применению, заинтересованность в ее истории, в происхождении тех или иных терминов;

• способность к быстрому выполнению основных математических действий, таких как преобразование, построение, вычисление.

Что развивает математическую культуру младшего школьника?

1. Систематическая работа по развитию мотивации математической деятельности, по осознанию учениками ценности математических знаний.

2. Субъектный опыт, перевод информации из одной формы в другую, обеспечение понимания детьми математических знаний за счет самостоятельного их добывания.

3. Активное работа по развитию математического языка, его алфавита, синтаксиса, а главное – семантики.

4. Широкое использование моделирования, разнообразных вспомогательных моделей, перевод информации из одной формы в другую.

5. Включение детей в творческую деятельность при изучении математического материала, в том числе в исследовательскую и проектную.

6. Использование дифференциации в обучении, как уровневой, так и психологической (учитывая специфику восприятия и обработки сведений, ведущее полушарие и т.д.).

7. Выявление взаимосвязей с жизнью (речь идет о получении и интерпретации моделей), с опытом школьника, внутри- и межпредметной связи; изучение истории науки, происхождения математических понятий.

8. Целесообразное применение средств ИКТ совместно с общепринятыми методами преподавания.

В чем состоит связь овладения математической культурой с решением задач в начальных классах?

Когда ученик постигает основы математической культуры, в нем активно развиваются учебно-познавательная мотивация, мыслительная деятельность, творческие способности; если у школьника имеются действенные математические знания и умения, он может применять их, изучая другие предметы, в жизнедеятельности, они могут пригодиться при получении либо смене профессии.

Т.Г. Захаровой наряду с математическим знанием выделяются 4 главные аспекта, которые расширяют знание математики, формируя математическую культуру. Человек может выделить математическую ситуацию из всего многообразия ситуаций в окружающей реальности; у человека присутствует математическое мышление; он использует все многообразие математических средств; он готов к творческому развитию. Она видит в математической культуре индивида профессиональный элемент профессиональной культуры специалистов-математиков.

Е.И. Смирнов в качестве компонентов рассматриваемой культуры выделяет вычислительную, алгоритмическую и логическую культуру, в которую входит, в частности, способность к организации и применению средств вычислительной техники. Также ученый говорит о наличии творческой составляющей как составной части математической культуры. Творческая составляющая – это в первую очередь самостоятельная работа, которая и приводит к получению конкретных представлений о математике как о постоянно развивающейся науке, к приобретению навыков работы с научными трудами, возможности провести самостоятельные математические исследования [35, с.44].

Е.В. Путилова проанализировала педагогическую и методическую литературу и пришла к выводу об отсутствии единого понимания культуры. Кроме того, отсутствует и единый подход к пониманию сути и содержательного наполнения понятия математической культуры. Она рассматривается и в качестве набора конкретных математических навыков, умений и знаний, знания математического языка, а также в качестве математического самообразования, способности к применению математики в профессиональной деятельности, и в качестве присвоенных математических ценностей и т.п. [28, с.64].

В результате анализа вышеупомянутых работ можно сделать вывод, что понятие математической культуры является многослойным и сложно структурированным феноменом. Если учитывать каждый из вновь вводимых учеными критериев, ее определение будет углубляться, что поспособствует открытию новых возможностей на пути ее выработки у школьников. Само понятие математической культуры применяется для указания способов взаимодействия с математическими знаниями и воздействия математики на структуру и духовное наполнение личности. При этом практически во всех случаях в современной литературе отмечается преобладание феноменологического подхода к вопросам привития математической культуры в процессе различных образовательных практик.

Таким образом, можно подытожить, что под математической культурой индивида следует понимать систему приобретенных индивидом математических знаний, способов и методов математической деятельности, которые совершенствуясь в общекультурных процессах, воздействуют на структуру и духовное наполнение индивида.

Принцип иерархичности дает возможность для рассмотрения математической культуры личности в качестве системы и считать ее элементом более обширной системы – культуры индивида. При формировании математической культуры формируется культура индивида в общем, а общий уровень культуры индивида способствует (убыстряет, замедляет и осложняет) процесс привития математической культуры. По мере того как развивается математическая культура, развивается и совершенствуется сам индивид.

При этом каждый элемент математической культуры является системой более низкого уровня. Учитывая содержание математического образования и специфику учебно-познавательной деятельности школьников по осмыслению этого содержания, основные элементы математической культуры индивида представлены:

1. ценностно-мотивационным элементом (система, включающая в себя направленности индивида, учебные мотивы и личностно-ориентированные ценности);
2. когнитивно-компетентностным элементом (система, включающая в себя математические навыки, умения и знания);
3. операциональным элементом (система, включающая в себя умственные действия и операции);
4. креативным элементом (культура творчества, культура исследований, культура научных поисков);
5. коммуникативным элементом (система, включающая в себя знания и умения формирования учебного взаимодействия);
6. рефлексивным элементом (система, включающая в себя умения, дающие субъектам обучения возможность для осознания и оценки уровня сформированности у них всех элементов рассматриваемой культуры и эффективности деятельности по ее выработке).

Математическая культура формирует культурную образовательную математическую среду, как комплекс нескольких сред: 1) культурная среда воспитания и образования; 2) культурная среда учебной деятельности; 3) культурная среда творческой деятельности; 4) культурная среда взаимодействия; 5) культурная среда, подразумевающая развитие и саморазвитие; 6) культурная среда, подразумевающая самосовершенствование и самопознание.

Выделяются следующие элементы математической культуры:

1. вычислительные навыки;
2. грамотная математическая речь;
3. умение применять в жизни математические знания;
4. Ттворчество;
5. интерес к предмету.

Формирование данных элементов на уроках математики может реализовываться через разнообразие форм.

* 1. **Место и роль задач в развитии математической культуры младших школьников**

В данном параграфе определяется роль и место текстовых задач в развитии математической культуры младших школьников; объясняется суть термина «текстовая задача», приводится описание ее структуры, по разным критериям классифицируются задачи, приводится описание этапов работы над текстовыми задачами. Кроме того, приводятся примеры, отражающие дифференцирование задач по степени их трудности.

С понятием «задача», мы сталкиваемся в повседневной жизнедеятельности, как в бытовой, так и в профессиональной сферах. Каждый сталкивается с необходимостью решения каких-либо вопросов, которые часто мы зовем «задача». Задачи могут быть общегосударственными (по обороне государства, по воспитанию молодых поколений, по освоению космоса и т.д.), некоторых объединений и групп людей (по установлению связей и взаимозависимостей, выпуску периодических изданий, возведению объектов и т.д.). Кроме того, бывают задачи, стоящие перед отдельными индивидами.

Школьники готовятся к тому, чтобы решать самые разные жизненные задачи, уже с младшего школьного возраста при обучении математике.

При решении задачи, школьниками приобретаются новые либо систематизируются, углубляются и закрепляются уже присутствующие знания. Обучающую функцию текстовых задач можно проиллюстрировать при помощи задач, где:

* происходит раскрытие конкретного смысла математических действий, введение рациональных приемов вычислений и соответствующих правил;
* имеет место осуществление табличных или внетабличных вычислений;
* применяются соотношения между разными единицами измерения величин и т.п.

Также благодаря существующим межпредметным связям начальных курсов математики с остальными учебными предметами появляется возможность для отработки умения читать, повторять нормы грамматики (написание словарных слов, использование пройденных орфографических правил, правил словосокращения и т. п.).

Задачам свойственна развивающая функция по отношению к младшим школьникам. Решая текстовые задачи, они отрабатывают навыки:

* по выполнению таких операций, как синтез и анализ, конкретизация и абстрагирование;
* по проведению рассуждений по аналогии;
* по обобщению способов решения типовых задач;
* по определению признаков абстрактных математических явлений в предметах окружающей реальности и, таким образом, установлению связи теоретических познаний в математической сфере с жизнью.

Огромная роль отводится решению задач и в культурном воспитании школьников:

* привитие культуры мышления, коммуникации и выражения своих суждений;
* формирование умения прислушиваться к мнению педагога и одноклассников, проводить анализ и оценку услышанного;
* выработка аккуратности в осуществлении записей;
* расширение кругозора;
* привитие чувства коллективизма среди учеников и т.п.

В связи с этим необходимо, чтобы преподаватель четко понимал, что такое текстовая задача, её структура, он должен уметь решать подобные задачи разными методами и передавать эти навыки школьникам.

Вопрос решения и исключительно математических задач, и задач, которые встают перед индивидом в его жизнедеятельности, анализируется с давних пор. Но до сих пор отсутствует общепринятое определение самого термина «задача». В широком понимании задача является некой ситуацией, которую необходимо исследовать и разрешить человеку либо решающей системе.

Отдельно следует сказать о математических задачах, решить которые можно, используя специальные математические средства и методы. Они представлены научными задачами, решение которых развивает математику и ее приложения, учебными, формирующими необходимые математические знания, умения и навыки у различных категорий учащихся, и направленные на то, чтобы изменить качества личности обучаемых.

По количеству действий, которые должны быть выполнены для того, чтобы решить задачу, они бывают простыми и составными. Задача, при решении которой требуется выполнение одного арифметического действия, - простая. Задача, при решении которой требуется выполнение двух или более действий, ― составная.

Комплекс учебных математических задач может быть разделен с точки зрения характера их объектов. В некоторых задачах все объекты являются математическими (имеют вид функций, геометрических фигур, чисел и т.д.), в остальных объекты представлены реальными объектами (людьми, животными т.п.) либо их характеристиками и свойствами (численность, возраст, коэффициент производительности, размер, вес и т.д.).

Задачи, в которых объекты являются математическими понятиями, называются математическими.

Задачи, в которых элементами являются реальные предметы, предметы окружающей среды, называют «текстовые» (практические, сюжетные). Указанные наименования соответствуют способу записи (задачи имеют вид текста), сюжета (приводится описание реальных событий, явлений, объектов), специфике математических выкладок (производится определение количественных отношений между значениями определенных величин, связанных, как правило, с вычислениями). На сегодня наиболее распространенным названием задачи является «текстовая задача».

Используя современную терминологию, можно утверждать, что текстовые задачи ― это словесные модели процессов, событий, явлений, ситуаций и т.д. Как в любых моделях, в текстовых задачах приводится описание не всего события либо явления, а только его функциональных и количественных характеристик [8, с. 63]. Любые текстовые задачи включают в себя две части: условие и требование (вопрос). Набор числовых значений величин и присутствующих между ними зависимостей, т.е. качественных и количественных характеристик объектов задач и отношений между ними, ― это *условие задачи.*

Условие содержит информацию об объектах и определенных величинах, служащих для характеристики этих объектов, приводятся также неизвестные и известные значения данных величин, отношения между ними.

Требования задачи являются указанием того, что необходимо установить. Требования могут иметь и вопросительную, и повествовательную форму, их может быть несколько. Величина, значение которой необходимо установить, это искомая величина, а числовые значения такой величины – это искомые, или неизвестные значения.

Разделение задач по разным параметрам приводится в таблице 1.

Таблица 1.

Классификация задач по различным основаниям

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№№** | **Основание классификации** | **Виды задач** | | **Видовая характеристика** |
| 1 | Количество действий, выполняемых при решении | простые | | для решения задачи требуется выполнить одно действие |
|  |  | составные | | для решения задачи требуется выполнить более одного действия. |
| 2 | Характер объектов | математические | | все объекты математические |
|  | текстовые | | объектами являются предметы окружающей среды |
| 3 | Количество данных | с избыточными данными | | Задача содержит числа, которые не нужны для нахождения искомого числа |
|  | с недостающими данными | | Задача не содержат достаточного количества чисел для нахождения искомого числа |
| 4 | Уровень сложности | типовые | | решение задачи состоит в воспроизведении алгоритма |
| творческо-воспроизводящие | решение задачи требует некоторой модификации заученных действий в новых условиях | |
|  |  | творческие, эвристические | решение задачи требует поиска новых, еще неизвестных способов действий | |

Система, включающая в себя взаимосвязанные условия и требования, - это высказывательная модель задачи. Для усвоения структуры задачи необходимо построить высказывательную модель задачи.

Анализируя задачу, необходимо выделить следующие компоненты:

- описание сюжета, в котором указаны зависимости между величинами, ряд числовых значений, входящих в задачу;

- числовые данные, которые присутствуют в тексте задачи;

- требование, выраженное в виде вопроса.

Любая задача – это единство условия и цели. Задача есть тогда, когда присутствуют оба компонента, если нет одного из таких компонентов, то отсутствует и сама задача. Они не могут быть разорваны, потому что являются одним целым. Задачи часто бывают сформулированы так, что одно условие либо все условия содержится с требованием задачи.

Рассмотрим задачу: «Тракторист может вспахать поле площадью 600 га за 10 дней, а его помощник – за 15 дней. Сколько дней понадобится, чтобы вспахать поле, если они будут работать вместе?»

В задаче присутствует ряд величин, некоторые из которых известны (площадь поля, продолжительность работы тракториста и его помощника), часть неизвестна (производительность тракториста и его помощника по отдельности и вместе, продолжительность общей работы). Этот ряд неизвестных величин будет найден при решении задачи, несмотря на отсутствие формулировки соответствующих требований. Искомое число единственное, это ― временя совместной работы тракториста и его ученика.

В повседневной жизни человеку часто приходится решать самые разнообразные задачи. В сформулированных на их основе задачах может присутствовать лишняя информация, в которой нет необходимости для того, чтобы решить задачу. К примеру: «Марина собрала 6кг груш, а ее друг Саша на З кг больше. Сколько денег получит Марина, если продаст груши по 35 рублей?»

Используя присутствующие в жизни задачные ситуации, можно сформулировать и задачи с недостаточными сведениями для реализации требований. К примеру, в задаче: Определить длину и ширину прямоугольника, если известно, что ширина больше длины на два сантиметра - недостаточно информации для того, чтобы решить ее. Для ее выполнения в нее необходимо включить недостающие сведения.

Сложность задачи ― это психолого-дидактическая категория, она является комплексом большого количества факторов субъективного характера, зависящих от специфики личности учащегося. Речь, к примеру, идет об интеллектуальных способностях и интересах школьника, степени новизны и т.п. По сложности может быть выделено 3 категории задач:

1. *Первый тип −* это задачи, для решения которых необходимо стереотипное воспроизведение выученных действий.

Уровень сложности таких задач связан с тем, насколько трудными являются навыки воспроизведения действий и насколько они прочно усвоены. Например, задача.

В первый день Марина прочитала 14 страниц, во второй день ― на 5 страниц меньше, оставшуюся часть повести она дочитала в третий день. Сколько страниц Марина прочитала в третий день, если вся повесть составила 32 страницы?

2. *Второй тип −* это задачи, для решения которых необходима некоторая модификация изученных действий в измененных условиях.

Уровень сложности задач этой группы связан с числом и разнородностью компонентов, которые должны быть скоординированы помимо приведенных выше особенностей. К примеру.

Марина в первый день прочитала 14 страниц, во второй день ― на 5 страниц меньше, в третий – 9страниц. Сколько страниц Марина прочитала во второй день, если вся повесть составила 40 страниц?

Задание к задаче:

- измени условие так, чтобы в нем присутствовала лишь информация, необходимая для того, чтобы решить задачу;

- изменить вопрос и условия таким образом, чтобы в задаче отсутствовала лишняя информация.

*3) Задачи, при решении которых необходимо найти новые, еще неизвестные способы действия.*

К задачам данной группы можно отнести задачи, для которых необходимы творческая активность, эвристический поиск новых, неизвестных действий либо необычных сочетаний известных.

Например: «Марине необходимо прочитать повесть в 40 страниц. Всю повесть она должна прочитать за 4 дня. В первый день она прочитала 14 страниц, во второй – на 5страниц меньше, а в третий – 9страниц.

Поставьте вопрос к задаче так, чтобы решением являлось выражение:

40 –(14 +(14-5)+9).

Постепенно следует включать задачи с возрастающей степенью трудности. Если школьник не смог выполнить то или иное задание, то он должен разъяснить, что именно оказалось для него сложным. Это даст педагогу возможность управлять работу каждого ученика.

Задачам и их решению отводится в обучении школьников основная роль и по времени, и по их воздействию на степень умственного развития ученика.

Учитель способен будет организовать процесс эффективно только в том случае, если сам будет иметь обширные знания текстовых задач, их структуры. Также он должен уметь решать задачи при помощи разных методов и способов, а также передавать эти навыки школьникам.

Важнейшая проблема преподавания математики заключается в том, чтобы сформировать у школьников навык решения текстовых задач.

Ответы на требования задач получаются при их решении. Решение задачи – это установление связей между заданными и искомыми величинами, и в соответствии с этими связями подбор, а затем и выполнение арифметических действий.

Решение задачи является немного необычной деятельностью, потому что она подразумевает умственную работу. А для того чтобы обучиться какой-либо работе, необходимо тщательно проработать материал, с которым придётся иметь дело, тот инструментарий, при помощи которого будет выполнена данная работа.

Соответственно, для того чтобы суметь решить задачу, необходимо понять, что она представляет собой, каковы ее структура, какие элементы в нее входят, каков инструментарий, используемый для решения задачи.

Главная специфика текстовой задачи сводится к тому, что в ней не говорится, какие конкретно действия необходимо выполнить, чтобы получить ответ.

Решая текстовые задачи, пользуются тремя главными методами: алгебраическим, арифметическим и комбинированным. Проведем анализ каждого метода.

***I. Арифметический метод***

*На первой стадии разбирается условие* задачи и составляется план решения. На данной стадии решения происходит наиболее активная мыслительная деятельность.

*На второй стадии* задача решается в соответствии с составленным планом. Данную стадию школьники проходят без особых сложностей как правило, она обладает тренировочным характером.

*На третьей стадии* проверяется решение задачи в соответствии с ее условием. Не выполнение этого этапа, замена его проверкой ответов уменьшает значение решения задачи в ходе развития логической мыслительной деятельности школьников.

Когда школьники решают текстовые задачи при помощи арифметического метода, у них происходит формирование умений и навыков, которые в ходе последующего обучения должны усовершенствоваться и закрепиться.

Комплекс умений и навыков, формируемых в ходе решения задачи при помощи арифметического метода, могут быть разделены на две категории.

*Первая категория*  представлена умениями и навыками, необходимыми при последующем изучении предмета:

- перевод календарного времени в арифметическое число и наоборот;

- нахождение времени предыдущего и наступившего событий;

- определение временного промежутка между двумя событиями.

Формирование указанных умений и навыков происходит в ходе решения задач на определение времени, то есть таких, которые не должны решаться при помощи алгебраического метода.

*Вторая категория* представлена умениями и навыками, без которых задача может быть решена при помощи алгебраического метода, их незнание не помешает математическому образованию школьников. Это:

- составление плана решения задачи;

- решение задачи, при помощи метода предположения;

- методе исключения неизвестного через замену одной величины другой;

- вычитание и сложение частей единицы.

- сравнение частей величин.

- нахождение дроби условной единицы и её частей.

- введение понятия «условная единица»;

- определение количества частей, образующими конкретное число;

- приём уравнивания меньших чисел с большими и больших с меньшими;

- деление и умножение частей на число.

- вычитание и сложение частей;

- введение термина «часть».

Данные умения и навыки, конечно, очень важны. Однако практически все они могут быть включены в навыки и умения, формирование которых происходит у школьников, когда они решают нестандартные задачи. Решение подобных задач должно проводиться регулярно, в комплексе с решением традиционных текстовых задач.

***II. Алгебраический метод***

Алгебраическим методом называется такой метод решения, когда искомые числа находятся в результате составления и решения уравнения.

В процессе решения задач алгебраическим методом основная мыслительная деятельность акцентируется на первом этапе решения задачи: на разборе условия задачи и составлении уравнений.

Вторым этапом является решение составленного уравнения.

Третьим – проверка решения задачи.

При алгебраическом методе решения формируются 55 основных умений и навыков.

В связи с ускоренным развитием и внедрением во все сферы вычислительной математики большое значение имеет формирование у учащихся не отдельных специфических навыков, а тех умений и навыков, которые имеют дальнейшее приложение. К числу этих умений и навыков относятся умения и навыки, которые формируются в процессе решения задач алгебраическим методом.

Решение задач разными методами и способами и, в частности, алгебраическим, является эффективным средством формирования математической культуры младших школьников.

Решение задач - это умственная работа. А чтобы научиться какой-либо работе, нужно предварительно хорошо изучить тот материал, над которым придётся работать, те инструменты, с помощью которых выполняется эта работа.

Одним из особенностей текстовых задач является то, что не указывается прямо, какое именно действие (или действия) следует выполнить для получения ответа на требование задачи.

Различают общий и частный подходы решения задач. Частный подход связан с решением задач частных видов. Общий подход основан на том, что есть общее при решении любых задач - этапы решения, которые вычленил Д.Пойа. Количество этапов и их содержание примерно одинаково у разных авторов, что говорит об объективном характере существования соответствующих этапов в деятельности решающего. Базовым считаются четыре этапа решения задачи (см. рисунок 1).



Рисунок 1. Классификация подходов к решению текстовых задач.

Одним из основных этапом решения задачи является этап – усвоение содержания задачи. Целью данного этапа является - понять задачу, т.е. четко представить ситуацию, описанную в задаче, выделить данные и искомые числа, дать лексическое значение непонятных слов.

Добиться понимания учащимися содержания задачи, можно с помощью разных методических приемов, которыми богата современная методика.

*Приемы выполнения анализа задачи:*

* разбиение текста задачи на смысловые части;
* постановка специальных вопросов;
* переформулировка текста задачи;
* перефразирование задачи (замена термина – содержанием; описание - термином; слово - синонимом; убрать несущественные слова);
* построение вспомогательной модели (схема, рисунок, таблица, чертеж, предметная модель, выражение) и т.д.

*На втором этапе* осуществляется поиск решения задачи. Этот этап считается основным в процессе решения задачи. Целью этапа является установление связей между данными и искомыми числами.

Поиск решения задачи требует рассуждений, но если их осуществлять устно, то у большинства учащихся, особенно у тех, которых развита зрительная память, не формируются умения проводить поиск решения задачи. Нужны приемы графической фиксации подобных рассуждений. Такие приемы, как граф-схема и таблица рассуждений, используются в отечественной методике очень давно.

*Приемы выполнения данного этапа:*

* рассуждения (от данных к искомому; от искомого к данным; по модели; по словесному заданию отношений);
* составление уравнения;
* частный подход решения задач, название вида, типа задачи [21, с. 42].

Следующим этапом решения задачи является *оформление решения задачи.*  Целью данного этапа является выбор арифметического действия и его выполнение.

*Приемы оформления решения задачи:*

* запись отдельных действий (без пояснения, с пояснением, с вопросами);
* измерение, счет на модели;
* решение уравнений;
* логические операции.

Анализ деятельности учащихся и учителя в процессе решения задачи свидетельствует о том, что при решении текстовых задач преимущественное внимание уделяется поиску решения задачи и ее оформлению.

*Четвертый этап* - проверка решения. Цель этапа - убедиться в правильности решения задачи, а затем сформулировать ответ задачи.

*Способы проверки правильности решения задачи:*

* прикидка ответа или установление для искомого числа нижней и верхней границ.
* решение другим методом или способом;
* составление и решение обратной задачи;
* соотнесение чисел, полученных в результате решения задачи с данными в условии задачи.

В процессе решения задачи все этапы одинаково важны. Только выполнение всех этапов позволяет считать решение завершенным полностью. Работа над задачей в описанной последовательности осуществляется не только в начальной школе, но и в средней. Следовательно, овладение умениями решать задачи протекает на протяжении всего периода обучения.

**Глава 2. Опытно-экспериментальное исследование по формированию математической культуры младших школьников**

**2.1. Организация работы по формированию математической культуры младших школьников**

В концепции школьного математического образования выделены основные цели обучения: обучение учащихся приемам мышления и методам познания, формирование у них качеств математического мышления, математических мыслительных способностей и умений. Важность исследований отмеченных проблем усиливается возрастающим значением применения математики в различных областях науки, экономики и производства.

Формирование математической культуры, с одной стороны, выступает в качестве одной из главных целей обучения. С другой стороны, многие серьезные недостатки в математической подготовке учащихся, в том числе формализм в знаниях, связаны с их низкой культурой математической речи. Важный аспект проблемы формирования математической культуры учащихся связан с тем, что обучение математике влияет на формирование у них культуры речи в целом.

Язык математики возник под влиянием ее потребности в точных, ясных и сжатых формулировках как результат совершенствования естественного языка по трем направлениям: 1) устранения громоздкости; 2) устранения многозначности; 3) расширения выразительных возможностей.

Выделяются следующие элементы математической культуры:

* 1. Вычислительные навыки.
  2. Грамотная математическая речь.
  3. Умение применять в жизни математические знания.
  4. Творчество.
  5. Интерес к предмету.

Формирование данных элементов на уроках математики может реализовываться через разнообразные методы и формы.

Основой нашего исследования стала одна из составляющих математической культуры – математическая речь.

Культура математической речи характеризуется совокупностью взаимосвязанных коммуникативных качеств математической речи: правильность, точность, логичность, ясность, доступность, выразительность и уместность. Правильность, точность, логичность и уместность являются базовыми коммуникативными качествами математической речи. Основой всех коммуникативных качеств математической речи является ее правильность, а уместность определяет высший уровень культуры математической речи.

Основные характеристики базовых коммуникативных качеств математической речи:

*Правильность.* Правильное употребление, произношение и написание математических терминов, символов, обозначений и т.д. Безошибочное выполнение тождественных преобразований математических выражений, графических изображений, «чтение» рисунков и чертежей, а также соблюдение норм русского литературного языка.

*Точность.* Данное качество характеризуется подбором таких языковых средств, которые наилучшим образом выражают содержание высказывания, раскрывают его основную мысль. Оно проявляется в четкости, конкретности и полноте высказанной как письменно, так и устно мысли; в аккуратном и рациональном выполнении записей, чертежей и рисунков; рациональном расположении графических изображений в тексте.

*Логичность.* Это качество математической речи проявляется в умении четко выделять в устной и письменной речи логическую структуру предложений; в отчетливом выражении связи между высказываниями в математическом рассуждении; проявляется в последовательном изложении информации, в умении строить текст в соответствии с его смысловой структурой (разбивать на предложения, абзацы и т.д.).

*Уместность.* Это качество речи выражается в умении подбирать такие языковые средства, которые делают речь отвечающей целям и условиям общения, в том числе стилистически верным с точки зрения русского языка; в умении самостоятельно излагать математический материал с разной степенью полноты.

*Основные направления формирования математической речи младших школьников:*

1. развитие навыков устной и письменной математической речи;
2. формирование у учащихся навыков работы с письменным обучающим математическим текстом;
3. обеспечение взаимопонимания между учителем и учащимся в процессе их диалогового взаимодействия;
4. обеспечение понимания учащимися монологической речи учителя.

Устная и письменная речь школьников взаимосвязаны. Поэтому работа по совершенствованию навыков устной математической речи способствует развитию письменной математической речи, и наоборот. При этом письменная речь требует большей продуманности, плановости, сознательности, поэтому именно ее развитие оказывает решающее влияние на формирование не только культуры математической речи младших школьников, но и культуры их мышления.

Обучающий математический текст составляет основу дидактического материала, с помощью которого формируется культура письменной, а в значительной мере и устной, математической речи ученика. Ключевой проблемой, возникающей при работе с обучающими математическими текстами, является проблема понимания учащимися этих текстов. Решение этой проблемы требует значительных усилий со стороны учителя и, особенно, со стороны ученика.

В обеспечении взаимопонимания между учителем и учащимися основополагающим является вопрос понимания учащимися речи учителя. Профессиональная культура речи учителя является необходимым условием решения этой проблемы. Основными компонентами речи учителя являются: общая культура речи, умение строить монологическую научную речь (умение объяснять), умение строить, поддерживать диалог и управлять им. Учителю следует серьезно подходить к построению своей речи при формулировке заданий и объяснении их выполнении. Приведем примеры ошибок учителя: «решите пример», «выполните действия с именованными числами», «нужно из 324 отнять 300», «пятерку, двойку запоминаем», с точки зрения математической культуры должны быть заменены на: «найдите значение выражения», «выполните действия со значениями величин», «из 324 вычесть 300», «пять (например, десятков) запоминаем» [10].

В результате анализа текстов школьных учебников и дидактических материалов по математике, используемых в современной начальной школе, были выявлены существенные различия в языке этих пособий, связанные с системой терминов и обозначений, в том числе с количеством используемых терминов и обозначений. Все они в разной степени подходят для проведения систематической работы, направленной на формирование культуры математической речи учащихся. Комплекс заданий по математике, направленный на формирование математической культуры школьников должен удовлетворять следующим требованиям:

- интегративный характер заданий с учетом влияния на формирование различных базовых коммуникативных качеств математической речи;

- задания разного уровня сложности и трудности;

- направленность на освоение основных компонентов математического языка начальной школы – языка словесных описаний, аналитического и графического языков;

- направленность на формирование навыков работы с письменным обучающим математическим текстом, в том числе навыков понимания этого текста;

- направленность на формирование навыков, необходимых для понимания устной математической речи;

- экономичность и интегрированность с содержанием уроков математики в начальной школе.

Для достижения поставленной цели и задач, нами был разработан комплекс задач. В данном комплексе следует выделить следующие типы заданий: для работы с терминологией, символикой и графическими изображениями; для работы со словесно-логическими конструкциями; для работы с письменными обучающими текстами.

К заданиям, предназначенным для работы с терминологией, символикой и графическими изображениями относятся:

- запись математических предложений (или отдельных терминов) с использованием символики;

- чтение символических записей; объяснение значения (или смысла) терминов, символов и символических выражений;

-переход от символической (словесной) формы обозначения к графическому изображению;

-переход от графической формы обозначения к словесно-символической форме («чтение» графических изображений); терминологический и графический диктанты.

Приведем примеры таких заданий.

Терминологический диктант для 2-го класса

1. Какое число больше 7 в 6 раз?

2. Число 56 уменьши в 8 раз.

3. Число 56 уменьши на 8 .

4. Во сколько раз, число 6 меньше 54 ?

5. На сколько число 36 больше числа 8 ?

6. Первый множитель 7, а второй 4. Чему равно произведение этих чисел?

7. Делимое 72, а делитель 9. Чему равно частное?

8. В одном ящике 24кг яблок, а в другом в 3 раза меньше. Сколько килограммов яблок во втором ящике?

9. 8 шариковых ручек стоят 64 рубля. Сколько стоит одна ручка?

10. Стакан компота стоит 10 рублей. Сколько стоят 6 таких же стаканов компота?

При развитии и формировании математической речи устраняются грамматические и математические ошибки, речевые недостатки в виде неточности и скудости речи, использования ненужных слов, неправильного порядка слов в предложениях.

Учитывая тот факт, что математика – это наука, которой характерен жесткий логический каркас, ее языку больше, чем другим дисциплинам, свойственны качества недвусмысленности, однозначности выражений и понятий, четкости синтаксической и семантической конструкции, емкости и компактности речевых оборотов, стилистического единообразия, применения стандартных лексических форм. Данные качества дают возможность формирования некоторых элементов речевой культуры - адекватного выражения мысли, точности языка, информативности, экономичности речи, ее четкости, логичности, последовательности. Таким образом, комплексы характеристик математического языка и качеств речи, формируемые при изучении языковых дисциплин (речь идет о стилевом разнообразии, применении омонимов и синонимов, свободе от штампов в речи, образности и т.д.), - взаимно дополняющие (С.В. Варфоломеева).

На основании методики русского языка можно определить несколько направлений деятельности с математической речью в ходе уроков математики:

1. Деятельность, направленная на звуковую сторону речи.

2. Проведение словарной работы с использованием математических терминов.

3. Привитие культуры математической речи.

4.  Деятельность, развивающая связную математическую речь.

Деятельность, направленная на звуковую сторону речи, подразумевает необходимость сформировать грамотное произношение и употребление математических понятий.

Если вводятся новые понятия, к доске должны быть прикреплены таблички (карточки) с данными понятиями. При этом учитель должен заострить внимание школьников на их произношении и правописании. Каждый день, проводя устный опрос, учитель должен проводить упражнения с заданиями на использование математических понятий. Таким образом у школьников сформируется потребность в их применении.

К примеру, упражнения такого характера:

1. Прочитайте слова, соблюдая ударение: километры, килограммы, умножить, вычесть, сантиметр, квадрат, уравнение, количество, простые числа и т.д.

2. Прочитать выражения с использованием математических терминов:

(83-47):4 69-42:6 35+9х(24-14)

3. Прочитать выражения с помощью разных способов:

36+18, 72:12, 59-7, 17х3

4. Прочитать и записать в форме выражения: отнять от числа 86, умножить число 347, от числа 473 отнять число 441и т.п.

5. Прочитать и записать в форме выражения: вычесть 86, прибавить из 347, к 473 прибавить 441 и т.п.

6. Пример 36-11. Антон прочитал так: «Из тридцать шесть вычесть одиннадцать». В чем его ошибка? В случае неправильного употребления школьниками падежа, учителю необходимо помочь им, прочитать вслух, а потом попросить повторить какого-нибудь учащегося. Так с каждым уроком школьники обучаются чтению выражений с использованием математических терминов.

**Словарную работу** необходимо проводить в различных направлениях: понимание и умение объяснять значение математических терминов, усвоение их правильного написания и формирование умений составлять связное высказывание.

*Упражнения на объяснение значений математических терминов:*

- объясните значение слов и выражений: уменьшаемое, сложение, разрядное число, разрядные слагаемые, произведение чисел, делимое и т.д.

- математическое выражение 18х3 Серёжа прочитал так: «18 взять 4». Как надо прочитать это выражение? (рассматриваются различные способы прочтения)

*Следующие упражнения требуют включения зданий на применение терминов (правильное и неправильное).*

- Выполнив действие 18+2, Наташа ответила: «У меня получилось 20, я сосчитала правильно». Правильно ли она сказала?

- Определите верно, или неверно данное высказывание:

* Произведение 8 и 3 равно 21.
* Первый множитель равен 6, второй множитель равен 3. Тогда произведение равно 18.
* Произведение 5 и 3 меньше произведения 7и 2.
* Сумму 6 и 9 уменьшили на 7, получили 3.

- В каком из уравнений правильно названо неизвестное число «с»?

а) 32 : с = 8, частное;

б) 9 х с = 45, множитель;

в) с : 6 = 12, делитель;

г) 19 – с = 15, вычитаемое.

*Упражнения на правильное написание терминов:*

* запишите слова, вставив пропущенные буквы: нум..рация, выч..таемое, ед..ница, кил..грамм, сл..жение, сл..гаемое, д..литель, д..лимое, ч..стное, к..личество, сто..мость, ра..тояние, пр..изведение, ра..ность и т.п.
* исправить ошибку в записи слов: «слажить», «дилить», «вычеслить» и т.п.

*Упражнения на составление правильных связных высказываний:*

* прочитайте предложения, вставив пропущенные слова: «Если соединить два числа … знаком, то получится числовое …».
* используя данные слова и выражения, составьте известное вам правило, определение: «число, это, неизвестное, которое, равенство, содержащее, уравнение, найти, надо».

Упражнения этого вида направлены на усвоение правильной и точной формулировки правил и определений.

*Упражнения на умение записывать математические выражения по названиям компонентов арифметических действий:*

Запишите с помощью цифр и знаков действий выражения:

* сумма двадцати девяти и тридцати семи;
* разность шестидесяти четырёх и девятнадцати;
* произведение восьмидесяти пяти и четырнадцати;
* частное пятидесяти двух и четырёх;

*Запиши выражение и найди его значение:*

* из суммы двадцати и семи вычесть число девятнадцать
* к числу тридцать восемь прибавить разность восьмидесяти шести

и пятидесяти девяти.

* сложите разность чисел 51 из 8 с суммой чисел 24 и 9
* из разности чисел 70 и 22 вычесть сумму чисел 6 и 35.

На первых же уроках учителям предлагаются ситуации, для разрешения которых приходится выполнять действия сложения и вычитания. В результате обоснования учащимися выбора действия для нахождения ответа на вопрос, родился своеобразный словарь, который в дальнейшем пополнялся и закреплялся в упражнениях:

* Подберите слова из обиходной речи, в которых скрыто действие:

|  |  |
| --- | --- |
| сложение (увеличение) | вычитание (уменьшение) |
| добавили | убавили |
| пришли | ушли |
| приехали | уехали |
| влили | отлили |
| связали | развязали |
| выросли | завяли |
| вернулись | сорвали |
| привезли | вышли |
| доложили | увезли |
| вошли | отложили |
| подвезли | продали |
| вернули... | отдали... |
| вместе | на сколько меньше |
| на сколько больше |  |

Работа с этим словарем позволяет с математической точки зрения уточнить смысл тех или иных приставок, а с другой стороны, стимулирует осознанное освоение математических операций через образы родного языка.

Следующее направление работы по развитию **математической речи** сводится к устранению ошибок, речевых недостатков, таких как неточность и бедность речи, употребление лишних слов, неправильный порядок слов в предложении и т.п.

Воспитание культуры речи находится в непосредственной связи с развитием мышления. Нередко преподаватели внимательны, только к тому содержанию, которое излагает учащийся, но не очень следят за тем, как он говорит. Такой подход не может считаться оправданным. Математик не может быть безразличным не только к содержанию, но и к форме ответа. Нельзя считать, что воспитание культуры речи находится только в руках преподавателей русского языка и литературы. И то, что может сделать учитель математики, порой затруднительно для преподавателя истории или литературы. Действительно, именно на уроках математики школьник должен привыкать к краткой, четкой, логически отточенной речи. Именно в математике следует приучать к тому, что даже в обычной речи следует избегать слов и фраз, не несущих смысловой нагрузки.

1. Упражнения на устранение грамматических и математических ошибок:

* устраните математические ошибки в тексте: «Чтобы найти неизвестное число в выражении …+2=8, надо к 8 прибавить 2»;
* на вопрос учителя Коля ответил так: «При прибавлении к цифре 5 числа 4 будет 9». Какие ошибки допустил Коля? Как следовало ответить Коле?
* Сережа, решая уравнение 8-х=3, рассуждал так: «Чтобы найти неизвестное число х, надо из большего числа (8) вычесть меньшее (3) и получим х: х=8-3, х=5». Правильно ли рассуждал Серёжа? Каким правилом ему следовало воспользоваться?

2. Упражнения на устранение речевых недостатков подбираются в основном такие же, как на уроках чтения, только используется математический материал:

* устраните недостатки в объяснении ученика, если его ответ на вопрос «Как сложить числа 25 и 8?» был таким: «К 25 надо прибавить сумму чисел 5 и 3. Заменим второе число 8 суммой удобных слагаемых 5 и 3. Удобнее к 25 прибавить первое слагаемое 5, получим 30. К полученной сумме прибавим второе слагаемое 3, т.е. 25+(5+3)=(25+5)+3=33»;
* пример 295+12=307 Коля прочитал так: « К двести девяносто пять прибавим 12 и получим триста семь». Правильно ли он прочитал? Как ещё можно прочитать эту запись?

Работа по развитию связной математической речи:

Составьте текст, используя набор карточек со словами:

* чтобы, на, произведение, двух чисел, это, умножить, число, можно, умножить, первый, число, на, множитель, число, на второй, и, полученное, умножить, множитель;
* 4х(2х3), тогда (4х2)х3, 24, =, 8х3, = .

Прочитайте данные предложения в таком порядке, чтобы получилось связное объяснение:

«Значит, 48:12=4. Это число 4. Разделить 48 на 12 значит найти такое число, которое при умножении на 12 даёт 48».

Впиши числа в пустые кружочки и сделай вывод, за­кончив предложение: «Если к любому числу прибавить 1, то получится число, которое находится... (за ним в ряду натуральных чисел)».

+1

Впиши числа в пустые кружочки и сделай вывод, за­кончив предложение: «Если из любого числа вычесть 1, то получится число, которое находится... (перед ним в ряду натуральных чисел)».

-1

Реши примеры. Объясни ход решения, закончив предложения: «Если к любому числу прибавить 1, то получится число, которое находится...», «Если из любо­го числа вычесть 1, то получится число, которое нахо­дится...».

Для работы по формированию и развитию речи на уроках математики во 2-ом классе, например, используются следующие упражнения:

**а). 2+3 б) 5-3**

*- два плюс три - пять минус три*

*-к двум прибавить три -от пяти вычесть три*

*-два прибавить к трем -три вычесть из пяти*

*-сложить два и три -разность пяти и трех*

*-сумма двух и трех -пять уменьшить на три*

*- два увеличить на три -на три меньше, чем пять*

*-на три больше, чем два - уменьшаемое пять, вычитаемое*

*- слагаемые два и три три*

При работе с предложенными заданиями, учитель следит за правильным произношением числительных, рациональным порядком слов в высказывании, возможностью перестановки слов без ущерба для смысла высказывания, использованием математических законов для разнообразия формулировок. Это же содержание предлагается учащимся и в обратном виде: «Запишите высказывание (предложение) в виде математического выражения».

Упражнения подобного рода не только расширяют лексический запас ребенка, но и способствуют формированию представлений школьников об уникальности, универсальности математического языка, который предельно кратким, сжатым образом описывает окружающую действительность. Эти представления ложатся в фундамент математического знания и мировоззрения вообще, опираясь на мироощущения. Дети начинают понимать и принимать математику как мощный инструмент для освоения действительности, а не просто как набор действий, который может выполнить и машина.

*Арифметический диктант:*

Запиши числа: 15, 50, 70, 17, 100.

Запиши число, в котором 3 дес. 8 ед. (8 дес. 3 ед.).

Сравни числа 67 и 76, вставь знак >, < или =.

Запиши число 92. Отсчитывая по одному, запиши еще 5 чисел.

Вставь пропущенное число: 1 м =    см (1 р. =    к.).

*Задание с геометрическими фигурами***.** (На пяти листах нарисованы домики из геометрических фигур, а дети должны дать характеристику каждому домику).

Для каждой белочки построен дом, но не простой, а в виде геометрической фигуры. Все эти дома изображены на листе. Каждый дом имеет свой номер. Назови форму каждого дома, дай название каждой фигуре.

*Задания, предназначенные для работы со словесно-логическими конструкциями.*

Задания, предназначенные для работы со словесно-логическими конструкциями математического языка начальной школы, включают: нахождение лишних или установление недостающих признаков в определениях математических понятий;

- нахождение ошибок в формулировках определений;

- определение истинности данного утверждения;

- формулирование части определения термина или его свойства;

-самостоятельная формулировка учащимися математических предложений.

Примеры подобных заданий:

*Контрпримеры*. При формировании нового математического понятия полезно приводить и разбирать контрпримеры. Например: все натуральные числа делятся на 2. Это высказывание ложное. В качестве доказательства необходимо привести контрпример. Число13 натуральное, но оно не делится на 2.

1. *Задания на приобретение учащимися опыта в семантическом и математическом анализе различных текстовых конструкций задач и формирование умения представлять их в виде схематических и символических моделей:*

Какой текст можно назвать задачей, а какой нет?

Маня нарисовала 9 яблок, а Мира на 3 яблока больше.

Маня нарисовала 9 яблок, а Мира на 3 яблока больше. Сколько всего яблок нарисовали девочки?

(В процессе работы над задачей учитель должен вывести детей на обсуждение структуры задачи).

Можно ли назвать текст задачей, если в нём нет вопроса? Если да, то, что вы скажете о таких текстах:

*Сколько всего учеников в классе?*

*Насколько больше карандашей у Полины, чем у Иры?*

Можно ли назвать текст задачей, если в нём только вопрос?

(После анализа дети должны сформулировать вывод: любая задача состоит из условия и вопроса.)

На следующем этапе следует предложить детям составить условия к этим вопросам. Для осознания учащимися взаимосвязи между условием и вопросом, детям предлагается задания.

Будут ли эти тексты задачами?

В одной вазе 5 груш, а в другой 4. Сколько помидоров в двух вазах?

На клумбе растут 15 гвоздик и 8 астр. Сколько пионов росло на клумбе?

Младшие школьники должны заметить, что ответить на поставленные в задачах вопросы, пользуясь данным условием, нельзя. Следует им предложить изменить вопрос задачи так, чтобы возможно было ответить на вопрос задачи и сделать вывод, что условие и вопрос задачи связаны между собой.

1. Прием - подбор данных к задаче.

Например. На аэродроме было 15 самолетов. Сколько самолётов осталось?

Выбери данные, которыми можно дополнить условие задачи, чтоб ответить на поставленный в ней вопрос:

+ В первой половине дня прилетело 12 самолётов, а во второй - улетело 30.

+ Улетело на 20 самолётов больше, чем было.

+ В первой половине дня улетело 3 самолёта, а во второй половине - 2.

1. *Задачи с недостающими или избыточными данными, нереальные задачи:*

а). Периметр прямоугольника 8 см, а сумма двух его сторон 6 см. Найти стороны прямоугольника.

б). Ира на два года моложе Полины, Полина четырьмя годами старше Стеллы, Андрей на три года старше, чем Полина. Кто старше – Андрей или Ира?

в). Марина отдала несколько конфет подруге, после чего у нее осталось 5 конфет. Сколько конфет отдала Марина подруге?

г). На десерт подали 10 пирожных одного вида, 6 пирожных другого и 12 шоколадных конфет. Съели 11 пирожных. Сколько пирожных осталось?

*К заданиям, предназначенным для работы с письменными обучающими текстами, относятся:*

- нахождение в тексте непонятных слов, языковых оборотов и символических обозначений; нахождение ошибок в тексте;

- составление связного текста из «рассыпанных» предложений (или фрагментов предложений);

- составление плана текста;

- пересказ текста;

- конструирование ответов на вопросы и составление вопросов к тексту; переход от краткой записи текста к развернутой записи и обратно;

- описание графического изображения.

***Задача.*** Сумма 1-го слагаемого, 2-го слагаемого и сумма равна 300, причем 1-ое слагаемое на 10 больше 2-го. Найдите значение 1-го слагаемого, 2-го слагаемого и суммы.

Решите задачу при условии:

1. 2-ое слагаемое на 100 меньше 1-го;
2. 1-ое слагаемое в 5 раз больше второго
3. 2-ое слагаемое в 5 раз меньше 1-го
4. 1-ое слагаемое на 25 меньше суммы
5. Сумма больше 1-го слагаемого на 25
6. 2-ое слагаемое меньше суммы на 125
7. Сумма больше 2-го слагаемого на 125
8. Сумма больше 2-го слагаемого в 6 раз
9. 2-ое слагаемое меньше 1-го в 6 раз

***Задача.***

Сумма делимого, делителя и частного равна 163. Найдите значение делимого, делителя и частного, если делимое в 3 раза больше частного.

Решите задача при условии: частное в 3 раза меньше делимого.

а : в = с

а = **с** **а** **в=3**

**163**

Решение:

1) 163 – 3 = 160

2) 160 : 4 = 40 с

Перечисленные задания не только способствуют повышению уровня математической культуры школьников, но и позволяют преодолеть многие трудности, возникающие у них в процессе освоения математического языка и предметного содержания начального курса математики.

Наряду с перечисленным комплексом заданий, способствующий формированию математической культуры младшего школьника, возможно использование следующих методических приемов:

- использование на уроках диалоговых форм взаимодействия;

- включение в ходе изложения материала образцов устной и письменной математической речи учащихся;

- применение в процессе выполнения учащимися самостоятельных работ, письменных обучающих математических текстов .

Основой диалогового взаимодействия является беседа. Любая беседа построена на вопросах, активизирующих речевую активность учащихся. Диалог обладает мощным личностно-развивающим потенциалом. Систематическое использование диалога на уроках математики позволяет формировать навыки говорения на языке математики, учит рассуждать, доказывать собственную точку зрения.

В ходе объяснения учитель включает в свою речь не только содержательные, но и чисто методические компоненты, а именно: как комментировать выполняемые действия, как располагать записи, демонстрировать рисунки и т.д. Речь учителя представляет собой своего рода образец для последующих ответов учащихся. Образец ответа, предлагаемый учителем в устной и/или письменной форме, – необходимый этап в обучении учащихся связному рассказу. Необходимо включение в структуру урока самостоятельной работы учащихся с письменными обучающими математическими текстами.

В процессе выполнения самостоятельной работы с письменными обучающими математическими текстами необходимо использовать и другие тексты, специально подобранные из других учебников, учебных пособий, дидактических материалов, научно-популярных изданий. Главное требование при использовании текстов - доступность для понимания младших школьников.

Мониторинг динамики сформированности культуры математической речи учащихся предполагает выявление наиболее типичных трудностей, с которыми сталкиваются учащиеся, и ошибок, которые они допускают, а также определение причин их возникновения и путей преодоления, что позволяет разработать методику, корректирующую выявленные проблемы.

Практико-ориентированная направленность математической культуры отражает наличие межпредметных, причинно-следственных связей явлений окружающего нас мира, что позволяет ученику отойти от арифметических вычислений, погрузиться в реальную жизнь, представить себя в ситуации, описанной в задаче и найти правильное и логичное решение задачи.

1. Ученику до школы можно добраться по трем дорогам, по первой идти 20 мин, по второй 15 мин, по третьей 30 мин. Занятия в школе начинаются в 14.00. Во сколько вышел ученик, и по какой дороге он шел, если он опоздал в школу на 10 мин?

Нестандартность данной задачи состоит в том, что нужно рассмотреть три варианта решения. В процессе рассуждений, ученик должен сделать следующее умозаключение: ученик может опоздать в школу, идя по любой дороге.

1. В супермаркете «Магнит» проходит акция: покупая два батончика, покупатель получает третий батончик в подарок. Батончик стоит 30 рублей. Какое наибольшее число батончиков получит покупатель за 300 рублей?
2. Бумажный пакет для продуктов рассчитан на 3кг. Если в такой пакет положить более 3кг, он может порваться. Можно ли в пакет положить набор продуктов:

- пакет сахара, 800г

- 2 батона хлеба по 650г

- пакет кефира 1л?

1. В конце месяца ученик открыл свою копилку и обнаружил в ней:

-1 купюру достоинством 500р.

- 6 купюр достоинством 100р.

- 8 купюр достоинством 50р

- 3 монеты по 10р.

- 2 монеты по 5р.

Сколько денег он накопил?

1. Контрольная работа состоит из 4 заданий: решить 4 примера, задачу, 1 уравнение и задачу геометрического характера. Сколько времени Аня затратит на выполнение каждого задания, если на выполнение контрольной работы отведено 34 минуты?

В процессе формирования математической культуры у учащихся развиваются такие качеств личности, как находчивость, оригинальность и многогранность мышления; умение давать оценку собственной деятельности. Нестандартный характер учебных заданий (задания, при решении которых, ученик должен обосновывать собственную точку зрения, комментировать вычисления) может служить диагностическим средством сформированности математической культуры учащихся.

Задачи.

1. За бортом стоящего на якоре океанского лайнера в полночь вода была на 4м ниже иллюминаторов и поднималась на 0,5 м в час. Если эта скорость удваивается каждый час, то, за какое время вода достигнет иллюминаторов? (Вода не достигнет иллюминаторов, т.к. лайнер будет подниматься вместе с водой.)

1. Из Москвы в Питер, расстояние между которыми приблизительно равно 650 км, выехал скоростной поезд «Стрела» со скоростью 260 км/час. В то же время из Петербурга в Москву вышел обычный поезд со скоростью 80 км/час. Какой из этих поездов будет находиться ближе к Питеру, когда они встретятся?

(Решать в этой задаче ничего не надо. Ведь когда поезда встретятся (здесь надо обратить внимание именно на слово «встретятся»), расстояние от каждого из них до Питера будет одинаковым, как и до Москвы, т. е. ближе к Питеру момент встречи не будет находиться ни один из указанных поездов).

1. Туристы прошли расстояние от базы до водопада, за 1час 20 мин. На обратную дорогу они затратили только 80 мин. Как это можно объяснить?

(Дорога в обоих направлениях занимает одно и то же время, ведь 1 час 20 мин = 80 мин).

1. Саша, после тяжелого учебного дня, лег спать в 7 часов вечера и поставил будильник на 8 часов утра. Сколько часов он будет спать?

(Школьник поспит всего 1 час, если, конечно, он заводил будильник на механических часах, а не на электронных).

1. Сколько месяцев в году имеют 28 дней?

(Все 12, т.к. если в месяце 30 дней, то и 28 дней среди них есть).

6. На интерактивной доске записано равенство 1 + 2 = 3, по которому составлены рассказы.

а) Вчера Сережа получил одну пятерку, а сегодня две. Молодец Сережа!

б) Кот Васька поймал одну птичку, а кошка Машка две. Птичек жалко.

в) В конверте было два зеленых маленьких круга и один большой. Сколько зеленых кругов в конверте?

- Что обозначено в рассказах числами 1 и 2? Поставьте к этим рассказам смайлики, обозначающие грусть, радость, обдумывание (наморщенный лобик).

Составьте свои жизненные ситуации на другие выражения и поставьте к ним смайлики. Последнее задание поможет учителю определить эмоциональное состояние учащихся, которое они испытывали на протяжении всего урока.

Языковой аспект вычислительной культуры связан с культурой речи, с лексически и семантически точным использованием терминологии, со сформированностью аргументированного, безупречно логически выстроенного речевого и письменного сопровождения вычислений. Например, употребление слов «вычесть», вместо «отнять, удалять»; правильное использование в том или ином контексте понятий цифра и число и т.п.

Реализация указанных аспектов формирования математической культуры младших школьников способствует достижению боле полноценных образовательных результатов на начальном этапе обучения. [42].

В своей профессиональной деятельности учителя опираются на дидактические принципы. Одним из них является принцип активизации всех учащихся класса, работа со всем классом, а не группой успевающих учеников. Поэтому, необходимо создавать ситуацию «успеха», ситуацию при которой каждый ученик смог бы почувствовать себя реализованным. Ведь одна из задач учителя – это помочь ребенку поверить в свои силы, мотивировать его на учебу.

**2.2. Организация, проведение и результаты педагогического эксперимента**

В.П. Острогорский считал развитие «дара слова» важной государственной задачей: «Школа обязана давать государству, прежде всего, благородно мыслящих и чувствующих людей, вполне владеющих устно и письменно одним из лучших даров человеческой природы - даром живого слова» [52, 13].

Низкий уровень сформированности математической культуры, по мнению многих педагогов и методистов [59], проявляется в неумении установить отношения между содержанием математического факта и его внешним выражением (семантические отношения), между математическими знаками (синтаксические отношения), в неумении адекватно понять или выразить содержащуюся в том или ином предложении информацию.

Для доказательства выдвинутой гипотезы мы провели экспериментальную апробацию.

Педагогический эксперимент проводился в 4-х классах. В качестве экспериментального класса был выбран 4 «а» (24 человек), а в качестве контрольного 4 «б» класс (28 человек) средней школы № 47. В эксперименте участвовало 52 человека.

В ходе подготовительного этапа экспериментальной работы было сделано следующее:

1.Проанализированы учебники по математике для начальной школы на наличие в них задач повышенной сложности.

2. Осуществлялось наблюдение за деятельностью учителей по развитию математической речи учащихся в процессе решения задач.

3. Подобран комплекс задач повышенной сложности, способствующий развитию математической речи учащихся.

В современных программах по любой дисциплине есть указания по развитию речи в процессе проведения уроков. Следует заметить, что на практике очень часто наблюдается случаи, когда речевые ошибки учителем не исправляются (склонение числительных, прочтение математических выражений, сопоставление знака и слова и т.д.).

В силу этого является важным организовать работу по развитию речи на уроках математики.

Наблюдения показали, что для большинства учащихся с низким уровнем развития математической речи характерным является - неумение использовать математические термины при построении предложений. Младшие школьники часто испытывают трудности при формулировании свойств геометрических фигур, установлении отношений между величинами.

Например. Ученик Салказанов А. не смог выявить сходство и различие между двумя геометрическими фигурами прямоугольником и квадратом. На вопрос учителя: «В чем состоит их отличие?» он не смог ответить, не смог в полной мере описать свойства этих фигур.

Установление связи между фигурой и ее названием, как правило, у школьников не снимало трудностей в применении термина при формулировании выделенных признаков. Например, Алан Д. (класс Б) формулирует понятие параллелограмма, но при этом не осознает, какие прямые называются параллельными. На вопрос, как называются прямые, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга, он отвечает правильно: «Они называются параллельными прямыми». Тем не менее, после следующего цикла он повторяет старую формулировку. Прямое указание пользоваться термином «параллельные» не помогает Саше. Во всех последующих циклах он по-прежнему дает описание параллельности сторон и говорит виновато: «Я путаюсь».

Приведенные примеры говорят о том, что возникновение у учащихся умений и навыков свободно пользоваться математической терминологией происходит медленно, потому что этот процесс связан с переходом от непосредственного восприятия математических фигур к - опосредованному. Младшие школьники, употребляя житейские термины, в реальности правильно понимают и воспринимают геометрические понятия и их свойства, однако выразить мысль в математических терминах им сложно.

Овладение математической терминологией не простой процесс. Это процесс овладения математическими абстракциями, связанный с перестройкой восприятия математических явлений. Математической терминологией быстрее овладевают учащиеся с высоким уровнем умственного развития. Для разработки системы целенаправленного педагогического механизма развития математической речи учащихся необходимо было выявить уровень развития мышления и математической речи.

При исследовании уровня сформированности знаний по предмету были определены следующие параметры: анализ, сравнение, обобщение, основанные на определении ряда важнейших мыслительных операций. *Анализ* – способность к мыслительному расчленению предмета, явления или понятия и выделения его отдельных частей, признаков, свойств. *Сравнение* – способность к установлению сходства и различия между предметами или явлениями и выявлению на этой основе общих понятий, объединяющих эти предметы или явления, от фактов к их отождествлению в свойствах, от мысли об индивидуальности к мысли об общем.

*Обобщение* – способность сделать выводы.

На основании выделенных параметров были разработаны диагностирующие тесты по каждому из трёх показателей.

Уровни сформированности исследуемых показателей определения по суммарным баллам каждого показателя. Выделяется всего три уровня: низкий, средний, высокий.

Таблица 2.

Уровни сформированности мышления и развития речи

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | показатель | характеристика |
| низкий уровень | Уровень развития мышления | Характеризуется очень слабым развитием мыслительных операций, неумением анализировать, сравнивать, обобщать, медлительностью протекания умственных процессов. |
| Владение математической речью | Частое неправильное употребление математических терминов, символов и обозначений, неправильное выполнение графических изображений и рисунков. |
| средний уровень | Уровень развития мышления | Удовлетворительное владение мыслительными операциями, умение делать анализ на существенном уровне. Отсутствие оригиальности мышления. Средняя скорость протекания мыслительных процессов. |
| Владение математической речью | Правильное употребление и написание математических терминов и символов, слов и выражений русского языка. Умение аккуратно и рационально выполнять записи. Умение не всегда последовательно излагать материал, строить текст в соответствии с его смысловой структурой. |
| высокий  уровень | Уровень развития мышления | Характеризуется четким владением мыслительными операциями, умением анализировать, сравнивать, обобщать; способностью к вариативному мышлению, быстрым протеканием умственных процессов. |
| Владение математической речью | Характеризуется обоснованностью рассуждений, умением самостоятельно приводить иллюстрирующие материал примеры и объяснять их; подбирать языковые средства, которые делают речь отвечающей целям и условиям общения |

На первом этапе, при определении стартового уровня знаний и умений учащихся, были предложены тесты. На основе наблюдений и результатов тестирования мы выявили следующие уровни сформированности исследуемых показателей до формирующего эксперимента.

Таблица 3 .

Уровень сформированности исследуемых показателей до формирующего эксперимента

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Показатели уровня | Уровень | Эксперментальный класс (24 чел.) | Контрольный класс  (28 чел.) |
| Развитие мышления | Низкий | 5 | 6 |
| Средний | 15 | 15 |
| Высокий | 4 | 7 |
| Владение математической речью | Низкий | 7 | 8 |
| Средний | 13 | 15 |
| Высокий | 4 | 5 |

В экспериментальном и контрольном классах техника владения математической терминологией и правильной речью примерно была на одинаковом уровне.

Недостаточная работа в начальной школе по формированию математической культуры имеет серьезные проблемы в средней школе, когда резко возрастают объемы текстов.

Анализ психолого-педагогической и методической литературы позволяет сделать вывод о том, что на уроках математики наиболее эффективно можно воздействовать на формирование следующих пяти коммуникативных качеств речи: правильность, логичность и точность (первый уровень); ясность и уместность (второй уровень). Необходимо отметить, что обучение математике влияет на формирование и всех остальных качеств речи, хотя и в меньшей степени.

Описанные положения явились основанием для разработки комплекса заданий по формированию культуры математической речи.

Таблица 4.

Основные параметры, характеризующие культуру математической речи учащихся

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровни сформированности речи | Коммуникативные качества речи | Математическая составляющая | Орфограф., пунктуац. и граммат. составляющие | Графическ. составл. |
| 1 уровень | Правильность | Правильное употребление математических терминов, символов и обозначений | Правильное написание математических терминов и символов, слов и выражений русского языка | Правильное выполнение графических изображений и рисунков |
| Точность | Умение выбирать рациональный путь решения задачи, точно излагать математический материал. Умение аккуратно и рационально выполнять записи | | |
| Логичность | Владение основными словесно-логическими конструкциями языка обучения математике. Умение последовательно излагать материал, строить текст в соответствии с его смысловой структурой (разбивать на предложения, абзацы и т. д.) | | |
| 2 уровень | Ясность | Осознание предмета речевого сообщения, которое характеризуется обоснованностью проводимых рассуждений, умением самостоятельно приводить иллюстрирующие материал примеры и объяснять их | | |
| Уместность | Умение подбирать языковые средства, которые делают речь отвечающей целям и условиям общения | | |

На основе полученных данных мы сформулировали конкретные задачи формирующего эксперимента:

1. Развивать мыслительные операции: умение анализировать, сравнивать, обобщать.

2. Формировать правильную математическую речь учащихся.

В экспериментальном классе на уроках регулярно использовались задания, способствующие формированию математической речи .

1. Составление текстовых задач по выражению.

2. Составление текстовых задач по вспомогательной модели.

3. Чтение выражений к задаче разными способами.

4. Подбор соответствующей вспомогательной модели к данной задаче.

5. Составление и решение обратной задачи.

6. Переформулирование текста задачи.

7.Решение текстовых задач разными методами и способами.

8.Решение логических задач с использованием таблиц

*Задача*

Сумма делимого, делителя и частного ровна 164. Найдите значение делимого, делителя и частного, если делимое в 4 раза больше делителя.

*Решение:*

Построим вспомогательную модель в виде графической модели - чертежа. Обозначим делитель в виде отрезка длиной в 2 клетки. Так как делимое в 4 раз больше делителя, то обозначим его отрезком в 8 клеток. Из условия задачи следует, что с=4. Изобразим сумму a+b+c=164.

а в с

164

1. 164 – 4= 160 – приходится на 5 равных частей
2. 160 : 5=32 – 1 часть или b
3. 32 \* 4=128 – а
4. 128 : 32=4 – c

*Проверка:*

128 + 32 + 4=164

164=164

Ответ: 128, 32,4.

*Алгебраический метод решения задачи.*

Обозначим делитель через х, тогда делимое будет 4х. По условию задачи сумма делимого , делителя и частного равна 164, то уравнение выглядит

4х +х +4 = 164

5х = 164 -4

5х = 160

х =32 *-* это делитель, тогда делимое 32 \*4 = 128, а частное равно 4.

*Задача*

Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 300. Найдите значения уменьшаемого, вычитаемого и разности, если:

а) разность на 50 больше вычитаемого;

б) уменьшаемое больше разности на 50;

в) разность в 2 раза больше вычитаемого;

г) вычитаемое в 3 раза меньше уменьшаемого.

в а с

300

1. 300:6=50 в
2. 50 \* 2 = 100 с
3. 50 \* 3 = 150 а

*Ответ:* 150; 50; 100.

1. 50 \* 2 = 100
2. 300 – 100 = 200
3. 200 : 4 = 50 в
4. 50 + 50 = 100 с
5. 100 + 50 = 150 а

*Ответ:* 150; 50; 100.

*Решение логических задач с использованием таблиц*

Задача. Три друга — Андрей, Герман и Витос — учатся в одном классе. Один из них ездит домой из школы на автобусе, один — на трамвае, один — на троллейбусе. Однажды после уроков Андрей пошел проводить своего друга до остановки автобуса. Когда мимо них проходил троллейбус, третий друг крикнул из окна: «Герман, ты забыл в школе тетрадку!». Кто на чем ездит домой?

*Решение.* При решении задачи удобно пользоваться таблицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Андрей |  |  |  |
| Герман |  |  |  |
| Витос |  |  |  |

Будем отмечать в таблице результат, полученный в ходе логических рассуждений, знаком « + » положительный, а знаком «-» отрицательный. Видим, что в задаче речь идет о двух множествах: множестве имен и множестве видов транспорта, на котором ребята едут домой. Обращаем внимание на то, что между этими множествами установлено вза­имно однозначное соответствие, то есть каждому элементу первого множества соответствует единственный элемент второго множества, а двум различным элементам первого множества соответствуют два различных элемента второго множества. Какая картина будет наблюдаться при заполнении таблицы в данном случае?

В каждом столбце — только один знак «+», в каждой строке — только один знак «+». Поэтому, если в какой-то из клеток появляется знак «+», то все остальные клетки в данной строке и в данном столбце заполняем знаками «-».

*Выделяем ключевые условия.*

1. Алеша провожает друга до остановки автобуса.
2. Крик из троллейбуса: «Герман, ты забыл тетрадку».

Анализируя каждое из условий, заполняем таблицу. Из условия (1) делаем вывод о том, что Алеша не ездит на автобусе — ставим знак «-» в ячейку <автобус — Алеша>. Из условия (2) делаем вывод о том, что в троллейбусе едет не Боря — ставим знак «-» в ячейку <троллейбус — Боря>. Таблица принимает вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Андрей | -(1) |  |  |
| Герман |  | -(2) |  |
| Витос |  |  |  |

Из (1) и (2) — в троллейбусе едет не Алеша (он провожает друга до остановки автобуса). Ставим знак «-» в ячейку <троллейбус — Алеша>.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Андрей | -(1) | - |  |
| Герман |  | -(2) |  |
| Витос |  |  |  |

В каждой строке или столбце обязательно есть знак « + ». Из таблицы видим, что в первой строке два знака «-», значит, в ячейке <трамвай — Але-ша> ставим знак « + ».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Андрей | **-(1)** | - | + |
| Герман |  | -(2) |  |
| Витос |  |  |  |

В столбике <трамвай> может быть только один знак « + » (соответствие однозначное), поэтому ячейки <трамвай — Боря> и <трамвай — Витя> заполняем знаками «-»:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Андрей | -(1) | - | + |
| Герман |  | -(2) | - |
| Витос |  |  | - |

В столбике <троллейбус> два знака «-» уже есть, значит, последнюю ячейку заполняем знаком «+». В строке <Боря> — аналогично. Теперь таблица принимает вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Андрей | -(1) | - | + |
| Герман | + | -(2) | - |
| Витос |  | + | - |
|  | | | |

В столбце <автобус> есть знак « + », поэтому ячей­ку <автобус — Витя> заполняем знаком «-».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Автобус | Троллейбус | Трамвай |
| Андрей | -(1) | - | + |
| Герман | + | -(2) | - |
| Витос | - | + | - |

*Ответ:* Андрей поедет на трамвае, Герман — на автобусе, Витос - на троллейбусе.

На завершающем этапе экспериментальной работы, при определении уровня сформированности математической речи учащихся были использованы диагностические задания в виде тестов. Проведен анализ уровня наблюдаемых качеств по уже названным выше критериям и показателям.

Таблица 5 Уровень сформированности исследуемых показателей после формирующего эксперимента .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Правильность | Точность | Логичность |
| 4 «а» | Низкий 4  Средний 16  Высокий 4 | 7  13  4 | 8  11  5 |
| 4 «б» | Низкий 7  Средний 16  Высокий 5 | 8  17  3 | 9  12  7 |

Таблица 6

Уровень сформированности исследуемых показателей после формирующего эксперимента (усредненные значения)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Показатели уровня | Уровень | Эксперментальный класс (24 чел.) | Контрольный класс  (28 чел.) |
| Развитие мышления | Низкий | 5 | 6 |
| Средний | 15 | 15 |
| Высокий | 4 | 7 |
| Владение математической речью | Низкий | 7 | 8 |
| Средний | 13 | 15 |
| Высокий | 4 | 5 |

Можно заключить, что качества математической речи: правильность, логичность и точность стали достаточно разносторонними. Уровень наблюдаемых качеств мышления стал выше в экспериментальном классе.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Скорость протекания мыслительных процессов у многих учащихся стала средней и высокой. Проделанная нами работа повлияла и на познавательный интерес к предмету математика. Почти у половины учащихся экспериментального класса отношение к предмету изменилось в положительную сторону, наблюдается потенциальный устойчивый интерес к предмету.

Однако, несмотря на положительную динамику в экспериментальном классе, необходимо отметить следующее: умение подбирать языковые средства, которые делают речь отвечающей целям и условиям необходимо развивать. Особенно трудно удается учащимся обосновывать проводимые рассуждения, умение самостоятельно приводить примеры и объяснять их.

На основе проведенного эксперимента нами были сделаны следующие выводы:

Работа по формированию устной и письменной математической речи учащихся должна осуществляться систематически, на каждом уроке.

Необходимо придерживаться следующей последовательности:

- выделение опорных оборотов речи;

- осмысливание речевой структуры математического текста;

- подготовка учащихся к изложению мыслей в монологической речи.

- использование заданий речевого характера (задания на выявление умения изображать геометрические объекты на чертеже и при этом описывать свои действия в устной речи, задания на распознавание фигур, словарно-понятийные диктанты, словарные диктанты и др.).

- использование специальных упражнений, развивающих устную и письменную речь учащихся по формированию математической речи.

- на уроках необходимо комбинирование диалога, объяснения учителя и самостоятельной работы учащихся (в том числе с письменными обучающими математическими текстами) в работе над различными компонентами языка школьного курса математики (терминами, символами и обозначениями, определениями математических понятий, текстами задач, графическими изображениями и др.). При этом акцент постепенно смещается на самостоятельную работу школьников с письменными обучающими математическими текстами и диалоговые формы взаимодействия (учитель - ученик и ученик - ученик).

Обучение математике, наряду с обучением русскому языку, играет большую роль в формировании у младших школьников языковой культуры.

На наш взгляд, математическая культура – это ее признаки и свойства, система которых говорит о её коммуникативном совершенстве, совокупность навыков и знаний ребенка, обеспечивающих целесообразное и незатрудненное применение математического языка на уроках, позволяет раскрыть содержание и смысл математических понятий (отрезок, луч, прямая, число, десяток и др.).

В результате эксперимента выявлены степень влияния разработанных нами рекомендаций по методике и организации работы по развитию устной и письменной математической речи учащихся, учебных материалов на развитие математической речи учащихся, недостатки и достоинства их, трудности в использовании, доступность и т,д.

Сравнение эффективности обучения в экспериментальных и контрольных классах проводилось по результатам понимания учениками математического материала; степени осознанности, осмысленности, логичности, связности устной и письменной математической речи учащихся; результатам специальных контрольных работ, проверяющих речевые умения учащихся.

Проведенная экспериментальная работа дала возможность убедиться в необходимости проведения специальной работы по формированию математической культуры учащихся начальных классов, в эффективности сочетания развития математической речи учащихся с формированием у них понимания математического материала.

Экспериментально доказана эффективность предлагаемых мероприятий, направленных на формирование математической культуры младших школьников в процессе обучения математике.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Акманова З.С. Развитие математической культуры студентов университета в процессе профессиональной подготовки: монография / З.С.Акманова. – Магнитогорск, 2005.
2. Акопян К.З. В поисках утраченного смысла. – Н.Новгород: Изд-во Нижегор. лингв. ун-та им.Н.А.Добролюбова, 1997. – с.7.
3. Артебякина О.В. Формирование математической культуры у студентов педагогических вузов: монография / О.В.Артебякина. – Челябинск, 1999.
4. Асоян Ю., Малафеев А. Открытие идеи культуры. Опыт русской культурологи середины XIX-начала XX веков. – М., 2000.
5. Бантова М. А. Система формирования вычислительных навыков / М.А.Бантова // Начальная школа. – 1993. – №11. – с.38-43.
6. Бархаев Б.П. Педагогическая психология. – СПб.: Питер, 2007. – с.151.
7. Биджиев Дж.У.Организационно-педагогические условия формирования математической культуры у студентов университета – будущих учителей: монография / Дж.У.Биджиев. – М.: РГБ, 2005.
8. Булдык Г.М. Формирование математической культуры экономиста в вузе: монография / Г.М.Булдык. – Минск, 1997.
9. Волков В.Г. Социология культуры: Учебное пособие. – С-Пб, 2001. – с.21.
10. Воробьева Н.Г., Ефимов В.Ф. Плюсы и минусы уроков математики молодых учителей / Н.Г.Воробьева, В.Ф.Ефимов // Начальная школа. – 2000. – №5. – с.23-30.
11. Выготский Л.С. Избранные психологические исследования. – М.: АПН РСФСР, 1956.
12. Гибш И.А. Развитие речи в процессе изучения школьного курса математики / И.А.Гибш // Математика в школе. – 1995. – №6. – с.2-5.
13. Гуревич П.С. Философия культуры: Пособие для студентов гуманитарных вузов. – 2-е изд. – М.: «Аспект Пресс», 1995. – с.23.
14. Делор Ж. Образование: сокрытое сокровище. – UNESCO, 1996. – с.37.
15. Дубова М.В. Содержание математической компетентности выпускника начальной школы / М.В.Дубова // Начальная школа плюс до и после. – 2013. – №9. – с. 34-39.
16. Ефимов В.Ф. Компетентность как новое качество личности школьника / В.Ф.Ефимов // Начальная школа. – 2012. – №2. – с. 11-18.
17. Ефимов В.Ф. Формирование вычислительной культуры младших школьников / В.Ф.Ефимов // Начальная школа. – 2014. – №1. – с. 61-66.
18. Захарова Т.Г. Формирование математической культуры в условиях профессиональной подготовки студентов вуза: монография / Т.Г.Захарова. – М.: РГБ, 2005.
19. Зимняя И.А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004. – с.155.
20. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата современного образования // Интернет-журнал «Эйдос» – [http://www.eidos.ru/journal/2006/0505.htm](http://www.google.com/url?q=http%3A%2F%2Fwww.eidos.ru%2Fjournal%2F2006%2F0505.htm&sa=D&sntz=1&usg=AFQjCNHJqy8EJJHXBdzbqvL0rOPg2GJQjA)
21. Икрамов Дж. Теория и практика развития математической культуры школьников. – Ташкент: Укитувчи, 1983. – с.7.
22. Ионин Л.Г. Социология культуры: Учебное пособие. – М.: «Логос», 1996. – с.46.
23. Кострова Ю.С. Генезис понятий «компетенция» и «компетентность» / Ю.С.Кострова // Молодой ученый. – 2011. – №12. Т.2. – с.102-104.
24. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968.
25. Лавлинская Е.Ю. Методика формирования вычислительного навыка по системе общего развития Занкова Л.В. – В.: Панорама, 2006. – с.176.
26. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. – М.: Мысль, 1965. – с.409-410.
27. Марру А.-И. История воспитания в Античности (Греция). – М.: Издательство ГЛК, 1998. – с.142.
28. Путилова Е.В. Формирование математической культуры студентов гуманитарных факультетов педагогических вузов как общедидактическая задача: монография / Е.В.Путилова. – М.: РГБ, 2003.
29. Равен Джон. Компетентность в современном обществе. Выявление, развитие и реализация. – М., 2002. – с.253.
30. Рассоха Е.Н. Формирование математической культуры инженера как педагогическая проблема / Е.Н.Рассоха // Вестник ОГУ. – 2002. – №7. – с.134-136.
31. Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
32. Россиус А.А. Античная педагогика: Теория и пути развития. (Анализ концепций) // Личность и общество в религии и науке античного мира. – М.: ИНИОН АН СССР, 1990. – с.169.
33. Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий. – Т.1. –М., 2006. – с.21.
34. Сиротина И.К. К вопросу формирования математической культуры личности в образовательном процессе / И.К. Сиротина // научная дискуссия: вопросы педагогики и психологии: материалы VII междунар. заочной науч.-практ. конф. Часть II. (21 ноября 2012 г.) – Москва: Изд. «Международный центр науки и образования», 2012.
35. Смирнов Е.И. Дидактическая система математического образования студентов педагогических вузов: монография / Е.И.Смирнов. – Ярославль, 1998.
36. Снегурова В.И. Технология использования индивидуализированной системы задач как средство развития математической культуры учащихся (на примере изучения алгебры и начал анализа 10 класса): монография / В.И.Снегурова. – СПб., 1998.
37. Степанов Ю.С. Константы. Словарь русской культуры. – М.: Школа «Языки русской культуры», 1997. – с.15.
38. Худяков В.Н. Формирование математической культуры у учащихся профессиональных учебных заведений: монография / В.Н.Худяков. – Челябинск: Изд-во ЧГПУ «Факел», 1997.
39. Хуторской А.В. Современная дидактика. – М., 2007. – с.110.
40. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты // Интернет-журнал «Эйдос» – [http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm](http://www.google.com/url?q=http%3A%2F%2Fwww.eidos.ru%2Fjournal%2F2002%2F0423.htm&sa=D&sntz=1&usg=AFQjCNHhZoYxIrLj2VhCKPf5sgYCVV1bHQ)
41. Шармин Д.В. К вопросу о понимании учебного текста по математике / Д.В.Шармин // Теория и практика преподавания математики и информатики: прошлое, настоящее, будущее: Материалы X межрегиональной научно-практической конференции. – Иркутск, 2003. – с.81-83.
42. Совет Европы: Симпозиум по теме «Ключевые компетенции для Европы»: Док. DECS/SC/Sec (96)43. – Берн, 1996.